Masse négative et inversion de masse par un potentiel magnétique. (Annexe-4).

Bénédictus Servant *
Québec, Amérique du Nord.

17 avril 2019

Résumé

Dans cette quatrième annexe nous calculons les valeurs moyennes (au sens quantique du terme) de l'impulsion mécanique et de l'énergie totale d'un électron de masse +m soumis au potentiel magnétique décrit dans l'article[1]. Nous verrons que si avant l'application du potentiel magnétique l'énergie moyenne de la particule est $\varepsilon(\mathbf{p})$, au moment de l'inversion et avec de bonnes conditions, son énergie moyenne change subitement pour devenir -$\varepsilon(\mathbf{p})$ alors que son impulsion mécanique moyenne se conserve et vaut $\mathbf{p}$.

*e-mail : bservant05@hotmail.com

1 Valeur moyenne de l'énergie totale.

La valeur moyenne de l'énergie de la particule de masse +m et de charge q soumise au potentiel magnétique est donnée par :

$$\langle H(t)\rangle \equiv \psi^{\dagger}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)H(t)\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) \ . \tag{1}$$

$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)$ et $H(t)$ sont donnés respectivement par les éqs. (80) et (66) de l'article [1] que nous reproduisons ci-dessous :

$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) = a_{+,R,\mathbf{p}}(t)\Phi_{+,R,\mathbf{p}}(\mathbf{r}) + a_{-,R,\mathbf{p}}(t)\Phi_{-,R,\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \ . \tag{2}$$

$$H(t) = H_o + H_a(t) \ , \tag{3}$$

où :

$$H_{\mathrm{o}} = \mathrm{c}\alpha\cdot\mathbf{P} + \beta \mathrm{mc}^{\mathbf{2}} \ , \tag{4}$$

$$H_a(t) \equiv -\mathrm{c}qA(t)\alpha\cdot\mathbf{n} \ . \tag{5}$$

Il est alors facile de montrer que :

$$\begin{aligned}\langle H(t)\rangle &= \Big[|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 - \ |a_{-,R,\mathbf{p}}(t)|^2\Big]\Big(\mathrm{c}[|\mathbf{p}| - qA(t)]\sin(\varphi) + \mathrm{mc}^2\cos(\varphi)\Big) \\ &+ \Big[a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)a_{-,R,\mathbf{p}}(t) \ + \ a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t)\Big]\Big(\mathrm{c}[|\mathbf{p}| - qA(t)]\cos(\varphi) - \mathrm{mc}^2\sin(\varphi)\Big) \ . \end{aligned}\tag{6}$$

Les quantités $\sin(\varphi)$ et $\cos(\varphi)$ sont données en (89) et (90) de l'article [1].

À $t = 0$ les conditions initiales sont : $A(0) = 0$, $a_{+,R,\mathbf{p}}(0) = 1$ et $a_{-,R,\mathbf{p}}(0) = 0$. On peut alors vérifier sur (6) que :

$$\langle H(t)\rangle = \varepsilon(\mathbf{p}) \ . \tag{7}$$

Par ailleurs lorsqu'on coupe le potentiel magnétique à $t = t_o$ (i.e. $A(t) = 0$ pour $t \geq t_o$) si l'on a $|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)| = 0$ et $|a_{-,R,\mathbf{p}}(t)| = 1$ pour $t \geq t_o$ (voir par exemple la figure 10 de l'article[1]) alors on peut vérifier sur (6) que :

$$\langle H(t)\rangle = -\varepsilon(\mathbf{p}) \ . \tag{8}$$

La figure 2 ci-dessous montre que les conditions sont telles que cela se produit effectivement ; l'énergie est inversée. Les conditions sont celles qui permettait d'avoir une inversion avec une probabilité constante et égale à 1 pour $t \geq t_o$ (voir figures 10 et 11 de l'article[1]). Par contre sur la figure 4 ci-dessous les conditions sont telles que cela ne se produit pas ; l'énergie n'est pas inversée elle tombe à zéro. Les conditions sont les mêmes que celles qui prévalaient sur les figures 12 et 13 de l'article.

1.1 Résultats numériques

Pour résoudre numériquement (6) on a refait comme dans l'article[1] avec $q =$ -e (i.e. la charge de l'électron). On a exprimé la variable de temps t en fonction du nombre d'itérations n soit $t = \mathrm{n}\Delta t$ avec $\Delta t \equiv T/N$ qui est l'incrément de temps. T est de l'ordre de la période $h/\varepsilon(\mathbf{p})$. h est la constante de Planck. N est la valeur maximale de n (i.e. n $= 0$ à N). Comme dans l'article $N = 1300$. Ainsi en terme du nombre d'itération n :

$$A(t) \to A(n) = A \cdot f(n) \tag{9}$$

où :

$$A \equiv \tilde{A} \cdot T \tag{10}$$

et

$$f(n) \equiv \frac{n}{N} \; . \tag{11}$$

Dans ce qui suit, toutes les autres quantités qui dépendent de t seront elles aussi exprimées en fonction de n puisque $t = \mathrm{n}\Delta t$ avec $\Delta t = 7.7 \times 10^{-25}$ sec. La figure 1 ci-dessous donne la fonction f(n) utilisée.

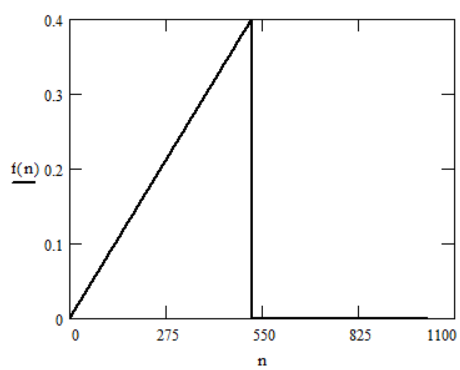

FIGURE 1 – Reproduction de la figure 9 de l'article[1]. f(n) en fonction du nombre d'itérations n. À n $\geq \mathrm{n}_o \equiv 520$, on fixe f(n) $= 0$. On coupe ainsi le potentiel magnétique qui chute brutalement à zéro. Pour n $\leq \mathrm{n}_o \equiv 520$ le potentiel magnétique avait atteint la valeur : n_o(A/N) = 0.016 tesla·m ou en terme d'énergie : n_o(cqA/N) $= 4.9$ MeV.

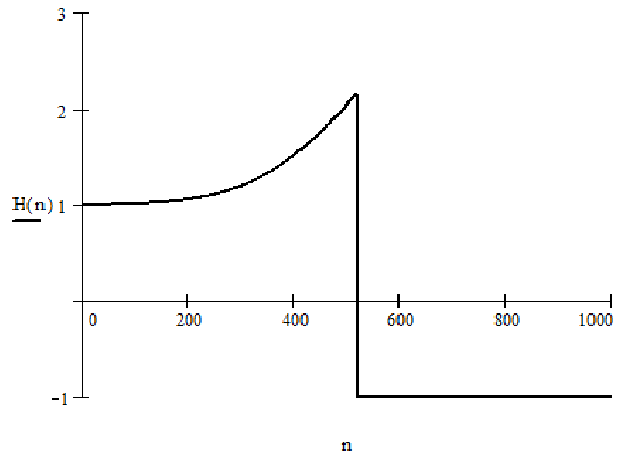

FIGURE 2 – H(n) est l'énergie totale divisée par $\varepsilon(\mathbf{p})$ (i.e. $\langle H(t)\rangle/\varepsilon(\mathbf{p})$). C'est la solution de (6) vs n pour $c|\mathbf{p}| = 0.004$ MeV. S(p) = 0.007. f(n) est donné en fig. 1 ci-dessus.

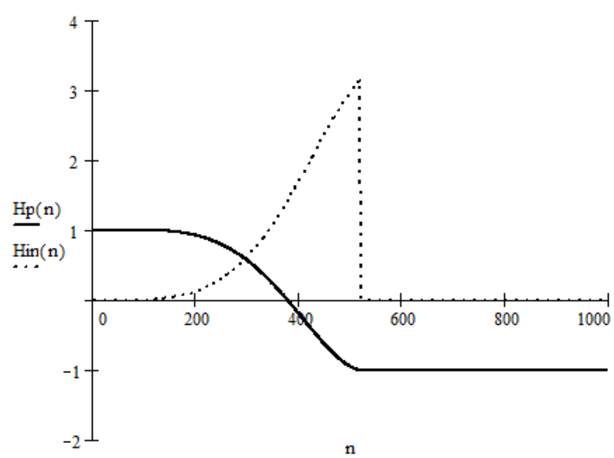

FIGURE 3 – H(n) en figure 2 est la superposition de deux fonctions de n. Hp(n) est le premier terme (i.e. première ligne) à droite de l'égalité en (6) divisé par $\varepsilon(\mathbf{p})$. Hin(n) est le second (i.e. seconde ligne). Ce dernier est le terme d'interférence. Ici encore $c|\mathbf{p}| = 0.004$ MeV. S(p) = 0.007 et f(n) est donné en fig. 1.

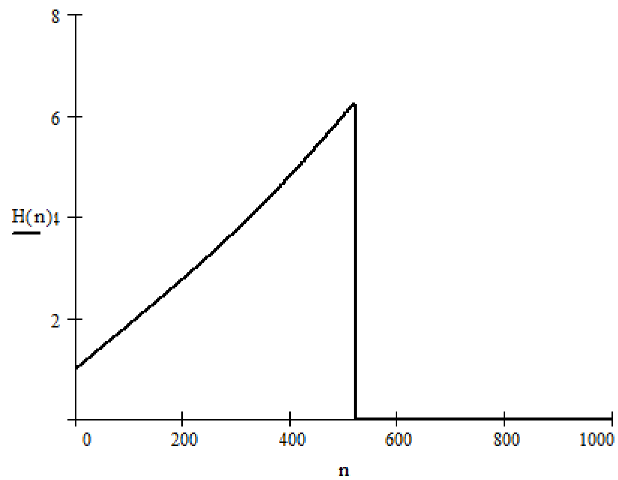

FIGURE 4 – H(n) vs n pour c$|\mathbf{p}|$ = 0.375 MeV. S(p) = 0.591 et C(p) = 0.807. f(n) est donné en fig. 1.

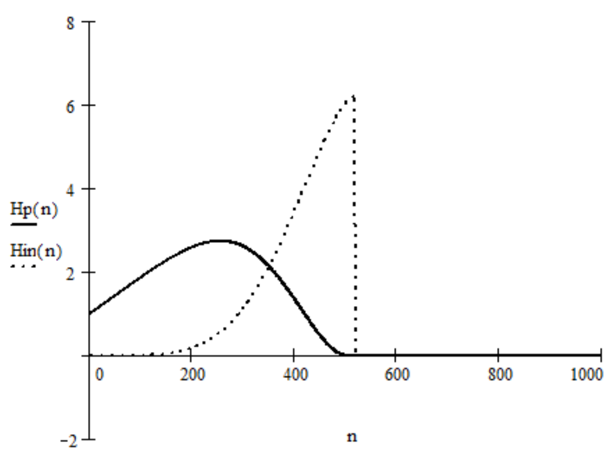

FIGURE 5 – Hp(n) et Hin(n) pour c$|\mathbf{p}|$ = 0.375 MeV. S(p) = 0.591 et C(p) = 0.807. et f(n) est donné en fig. 1.

2 Valeur moyenne de l'impulsion mécanique.

L'impulsion mécanique moyenne est donnée par :

$$\langle \Pi(t) \rangle \equiv \psi_{\mathbf{p}}^{\dagger}(\mathbf{r},t) \Big[\mathbf{P} - qA(t)\mathbf{n} \Big] \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t) \ . \tag{12}$$

où $\mathbf{n} \equiv \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$ et $\mathbf{P}$ = -i$\hbar\nabla$. En dévelopant l'expression (12) et utilisant l'éq. (40) de l'article[1] ainsi que l'éq. (9) de l'annexe 1 on trouve finalement :

$$\langle \Pi(t) \rangle = \mathbf{p} - qA(t)\mathbf{n} \ . \tag{13}$$

L'impulsion mécanique vaut $\mathbf{p}$ à $t = 0$ puisque $A(0) = 0$. Elle croît ensuite (q = -e) avec $A(t)$ jusqu'à ce que $t = t_o$ puis retombe à $\mathbf{p}$ lorsque le potentiel chute à zéro (i.e. $A(t) = 0$ pour $t \geq t_o$). Ainsi après l'inversion l'impulsion redevient ce qu'elle était avant. Ceci est conforme au fait que l'impulsion se conserve dans ce cas de figure.

3 Discussion

Comme le montre la figure 2 ci-haut, pour inverser l'énergie moyenne de l'électron $\varepsilon(\mathbf{p}) \rightarrow$ -$\varepsilon(\mathbf{p})$ (ce qui inclut l'énergie de masse) on doit fournir de l'énergie par l'intermédiaire du potentiel magnétique. C'est par le terme d'interférence (Hin(n) voir fig. 3) que passe cette énergie. On est tenté d'interpréter cela comme étant l'énergie que l'on doit dépenser pour retourner les spineurs temporels (voir fig. 7 annexe 3). Simultannément, l'impulsion mécanique moyenne de l'électron croît avec le potentiel magnétique (i.e. avec $A(t)$) jusqu'au moment de l'inversion où il retombe à sa valeur d'avant l'application du potentiel.

Références

[1] Servant, B., “Masse négative et inversion de masse par un potentiel magnétique”, 21 mars 2019 , bservant05.blogspot.com.