

Masse négative
et inversion de masse
par un potentiel magnétique.
(Annexe-2).

Bénédictus Servant *
Québec, Amérique du Nord.

5 avril 2019

*e-mail : bservant05@hotmail.com

Dans la présente annexe nous montrons que les bi-spineurs de masse négative (45) à (48) de l'article s'obtiennent à partir des bi-spineurs de masse positive (7) à (10) lorsqu'on applique sur ces derniers un renversement unitaire du temps :

$$\begin{aligned}
 x &\rightarrow x \\
 t &\rightarrow -t \\
 i &\rightarrow i \\
 E &\rightarrow -E \\
 m &\rightarrow -m \\
 \mathbf{p} &\rightarrow \mathbf{p} .
 \end{aligned} \tag{1}$$

En changeant t en $-t$ dans l'opérateur énergie, l'énergie change de signe puisque le nombre imaginaire "i" ne change pas (i.e. unitaire) :

$$E \leftrightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial(-t)} \leftrightarrow -E . \tag{2}$$

Et comme la masse m est de l'énergie au repos ($E = mc^2$) on doit aussi avoir un changement de signe de la masse lors d'un renversement unitaire du temps. Notons que ce renversement laisse invariante les exponentielles :

$$e^{-i\frac{Et}{\hbar}} \quad e^{i\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}} \tag{3}$$

En faisant $\varepsilon(\mathbf{p}) \rightarrow -\varepsilon(\mathbf{p})$ et $m \rightarrow -m$ dans (7) à (10) il est facile de vérifier que :

$$\begin{aligned}
 (9) &\rightarrow (45) \\
 (10) &\rightarrow (46) \\
 (7) &\rightarrow (47) \\
 (8) &\rightarrow (48)
 \end{aligned} \tag{4}$$

À titre de comparaison, un renversement anti-unitaire du temps conduit à :

$$\begin{aligned}
 x &\rightarrow x \\
 t &\rightarrow -t \\
 i &\rightarrow -i \\
 E &\rightarrow E \\
 m &\rightarrow m \\
 \mathbf{p} &\rightarrow -\mathbf{p} .
 \end{aligned} \tag{5}$$

La dernière relation résulte des crochets de Poisson (opérateurs) :

$$[x_\mu, p_\nu] = i\delta_{\mu,\nu} \quad (6)$$

ou encore de l'opérateur :

$$\mathbf{P} \leftrightarrow -i\hbar\nabla . \quad (7)$$