Masse négative et inversion de masse par un potentiel magnétique. (Annexe-1).

Bénédictus Servant *
Québec, Amérique du Nord.

2 avril 2019

*e-mail : bservant05@hotmail.com

Dans cette annexe nous montrons qu'à tous instants t les amplitudes de probabilité $a_{+,R,\mathbf{p}}(t)$ et $a_{-,R,\mathbf{p}}(t)$ qui figures dans les expressions (77) et (80) de l'article satisfont à :

$$|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 + |a_{-,R,\mathbf{p}}(t)|^2 = 1 \tag{1}$$

quelque soit la fonction $A(t)$ dans l'équation (67).

Pour ce faire réécrivons (77) sous le forme générale suivante :

$$\begin{aligned} i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}a_{+,R,\mathbf{p}}(t) &= f_1(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t) - f_2(t)a_{-,R,\mathbf{p}}(t) \\ i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}a_{-,R,\mathbf{p}}(t) &= -f_1(t)a_{-,R,\mathbf{p}}(t) - f_2(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t) \end{aligned} \tag{2}$$

où f_1 et f_2 sont des fonctions réelles du temps. En prenant le complexe conjugué des équations en (2) on a :

$$\begin{aligned} -i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t) &= f_1(t)a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t) - f_2(t)a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t) \\ -i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t) &= -f_1(t)a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t) - f_2(t)a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t) \end{aligned} \tag{3}$$

Par ailleurs sachant que :

$$|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 = a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t) \tag{4}$$

et que :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Big(a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t)\Big) = a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)\left[i\hbar\,\frac{\partial}{\partial t}a_{+,R,\mathbf{p}}(t)\right] + \left[i\hbar\,\frac{\partial}{\partial t}a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)\right]a_{+,R,\mathbf{p}}(t) \tag{5}$$

on a :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 = f_2(t)\left[a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t) - a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)a_{-,R,\mathbf{p}}(t)\right]. \tag{6}$$

De la même manière on peut vérifier que :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|a_{-,R,\mathbf{p}}(t)|^2 = -f_2(t)\left[a^*_{-,R,\mathbf{p}}(t)a_{+,R,\mathbf{p}}(t) - a^*_{+,R,\mathbf{p}}(t)a_{-,R,\mathbf{p}}(t)\right]. \tag{7}$$

Ainsi :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left[|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 + |a_{-,R,\mathbf{p}}(t)|^2\right] = 0\,. \tag{8}$$

Par conséquent la quantité entre crochets est une constante :

$$|a_{+,R,\mathbf{p}}(t)|^2 + |a_{-,R,\mathbf{p}}(t)|^2 = cte \ . \tag{9}$$

Comme les conditions initiales sont : $a_{+,R,\mathbf{p}}(0) = 1$ et $a_{-,R,\mathbf{p}}(0) = 0$ alors la constante cte vaut 1.

On peut refaire la même chose avec les $a_{+,L,\mathbf{p}}(t)$ et $a_{-,L,\mathbf{p}}(t)$ qui sont dans (78) et on aura aussi :

$$|a_{+,L,\mathbf{p}}(t)|^2 + |a_{-,L,\mathbf{p}}(t)|^2 = 1 \ . \tag{10}$$