

Exercice 1 (M⁶) Spts

1. $12 \times 1 + 37 \times 8 = 308$

2-a) $z = 12j + 37m$

or $12 \equiv 0 \pmod{12}$ et $37 \equiv 1 \pmod{12}$

donc $12j + 37m \equiv m \pmod{12}$

donc $z \equiv m \pmod{12}$

b) $474 \equiv 6 \pmod{12}$ donc $m = 6$

on a alors $474 = 12j + 37 \times 6$

$j = 21$

la personne est donc née le 21 juin.

Partie B.

1. Traitement Pour $m \dots$

Pour $j \dots$

$m \cdot z = 503$

alors appliquer i après h

Fin si
Fin Pour
Fin Pour

2-a) $12 \equiv 0 \pmod{12}$ et $37 \equiv 1 \pmod{12}$

donc $12j + 37m \equiv m \pmod{12}$

$z \equiv m \pmod{12}$

b.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$7m \equiv (12)z$	7	2	9	4	11	6	1	8	3	10

m	11	12
$7m \equiv (12)z$	5	0

c) or $503 \equiv 11 \pmod{12}$

Donc $m = 5$

on a alors $12j + 37 \times 5 = 503$

$j = 29$

la personne est née le 29 mai

3-a) $pgcd(12, 37) = 1$ donc d'après le th. de Bézout, il existe (x, y) tel que $12x + 37y = 1$.

b) $37 = 12 \times 2 + 7$, $1 = 5 - 2 \times 2$

$12 = 7 \times 1 + 5$, $1 = 5 - (7 - 5 \times 1) \times 2$

$7 = 5 \times 1 + 2$, $1 = 5 \times 3 - 7 \times 2$

$5 = 2 \times 2 + 1$, $1 = (12 - 7 \times 1) \times 3 - 7 \times 2$

$1 = 12 \times 3 - 7 \times 5$

$1 = 12 \times 3 - (37 - 12 \times 2) \times 5$

$1 = 12 \times 13 - 37 \times 5$

On trouve 101 or donc $(13, -5)$

c) Le couple est de $12x + 31y = 503$
est alors $(13 \times 503, -5 \times 503)$

$$(6539, -2515). \quad 0,25$$

d) $y = -12k - 2515$ avec $k \in \mathbb{Z}$

$$1 \leq y \leq 12 \Leftrightarrow 1 \leq -12k - 2515 \leq 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{12+2515}{-12} \leq k \leq \frac{1+2515}{-12}$$

$$\Leftrightarrow k = -210$$

on a alors $\$ x = 31x(-210) + 6539 = 29$

$$y = -12x(-210) - 2515 = 5 \quad 0,5$$

e) la personne est donc née le 29 mai

0,25