# III
# NAO.
# Quanta d'Énergie-Impulsion.

par
Bénédictus Servant *
Québec, Amérique du Nord

26 février 2016

## 1 Introduction

Dans un précédent article[1] nous avons montré comment on peut générer un espace-temps lorentzien discret 3d+1 à partir des NAO 5D. Dans cette construction les petits angles étaient des incréments de longueur et de temps comme le montre l'équation (49) de [1]. Dans le présent travail nous allons voir que l'on peut générer un espace-temps lorentzien 3d+1 discret à partir des NAO 5D où ces mêmes petits angles représentent plutôt des quanta d'énergie-impulsion.

## 2 Quadrivecteurs

Imaginons que l'on refait, sans rien changer, toutes les étapes de raisonnements et de calculs du [1], à partir de la section §2 jusqu'à la section §4 inclusivement. Puis, au lieu du contenu de la section §5 du [1] considérons ce qui suit.

D'abord, reproduisons ici les équations (19) et (45) de [1] :

$$\phi_\Gamma^2 + \phi_\alpha^2 + \phi_\delta^2 \simeq \phi_{\delta'}^2 \tag{1}$$

$$j_\delta^2 - j_\alpha^2 \simeq j^2 \ . \tag{2}$$

Tenant compte de (18) de [1] (i.e. $\phi_\Gamma \simeq 0$) et du fait que $\phi_\delta = i\Phi_\delta$ et $\phi_{\delta'} = i\Phi_{\delta'}$ sont des angles imaginaires (i.e. axes de temps : avec $\theta = i\eta$ dans (18)), l'éq.(1) ci-dessus s'écrit :

$$\Phi_\delta^2 - \phi_\alpha^2 \simeq \Phi_{\delta'}^2 \tag{3}$$

où tous les angles dans (3) sont réels. Enfin, compte tenu des résultats des sections §3 et §4 de [1] il est facile de vérifier que :

$$j_\delta \Phi_\delta - j_\alpha \phi_\alpha \simeq j \Phi_{\delta'} \ . \tag{4}$$

Il faut rappeler que selon [1] les angles dans (3) et (4) sont très petits et concernent trois axes sur une seule et même suite ou chaîne de NAO alors que les indices j, $j_\alpha$ et $j_\delta$ dans (2) et (4) sont de très grands entiers (grande échelle) et concernent trois différentes suites de NAO ; une pour chaque axe.

Par ailleurs, considérons les quadrivecteurs espace-temps (t, x) et énergie-impulsion (E, p) de la relativité restreinte. Ils satisfont aux relations suivantes :

$$t^2 - (x/c)^2 = \tau^2 \ , \tag{5}$$

$$E^2 - (cp)^2 = (mc^2)^2 \ , \tag{6}$$

et

$$Et - cpx = mc^2\tau \tag{7}$$

où $\tau$ est la coordonnée de temps propre (dans un référentiel où la masse m est au repos), x et t sont les

*email : bservant05@hotmail.com

coordonnées d'espace-temps dans un référentiel en mouvement. Si nous admettons l'hypothèse que les NAO forment le substrat de l'espace-temps et des particules élémentaires, alors il n'est pas difficile de faire le rapprochement suivant en comparant les éqs. (2)-(4) à (5)-(7) :

$$\begin{aligned} \Phi_{\delta'} &\to mc^2 \quad \text{et} \quad j \to \tau \\ \Phi_\delta &\to E \quad \text{et} \quad j_\delta \to t \\ \phi_\alpha &\to cp \quad \text{et} \quad j_\alpha \to x/c\,. \end{aligned} \tag{8}$$

# 3 Énergie-Impulsion. Definitions.

Supposons que lorsque l'indice j le long d'une chaîne ou suite de NAO d'axe $\delta'$ vaut $j = J$ on obtient un NAO tel que son angle de rotation autour de $\delta'$ est $\Phi_{\delta'}J = 2\pi$. Il s'ensuit que J est le nombre de NAO (à partir du NAO de référence NR) qu'il faut compter pour obtenir un tour complet autour de $\delta'$. C'est donc la période par définition même. Par conséquent nous pouvons dire que la séparation ou incrément angulaire autour de l'axe $\delta'$ entre deux quelconques NAO plus proches voisins dans la suite est $\Phi_{\delta'} = 2\pi/J$. Si J = 1 nous obtenons l'incrément angulaire maximal : $\Phi_{\delta'} \equiv \Phi_{\delta'\max} = 2\pi$. D'un autre côté si J = N, où N est un entier qui est le nombre total de NAO dans la suite, alors nous obtenons l'incrément angulaire minimal : $\Phi_{\delta'} \equiv \Phi_{\delta'\min} = 2\pi/N$.

Introduisons une unique unité de temps à savoir $t_o$. En accord avec (8) nous posons :

$$\begin{aligned} \tau &\equiv j t_o \\ t &\equiv j_\delta t_o \\ x/c &\equiv j_\alpha t_o\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Considérons à nouveau la suite selon $\delta'$. Parce que J est la période il est clair que $Jt_o \equiv T$ est la période correspondante en unité de temps. En conséquence si J = 1, ce qui est la plus petite valeur pour J, alors on obtient $T = t_o$ et $t_o$ est simplement la plus petite valeur de la période en unité de temps. En d'autres termes $t_o$ correspond à un écart angulaire de $2\pi$ entre deux NAO plus proches voisins. On définie l'unité de longueur $d_o$ par $d_o \equiv ct_o$.

D'autre part, en accord avec (8) posons :

$$\begin{aligned} \Phi_{\delta'}/2\pi &\equiv \frac{mc^2}{E_o} \\ \Phi_\delta/2\pi &\equiv \frac{E}{E_o} \\ \phi_\alpha/2\pi &\equiv \frac{cp}{E_o}\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Parce que ces angles doivent être très petits (i.e. selon [1]) devant $2\pi$, la valeur de l'énergie $E_o$ doit être très grande devant toutes valeurs de $mc^2$, E et cp. La quantité $E_o$ correspond, en terme d'énergie, à un écart angulaire de $2\pi$ entre deux NAO plus proches voisins.

Il faut noter que conformément à la relativité restreinte, l'énergie et l'impulsion ou quantité de mouvement sont données par :

$$E = mc^2 \frac{dt}{d\tau} \qquad p = m\frac{dx}{d\tau} \tag{11}$$

où m et $d\tau$ sont des invariants de Lorentz. Par suite, de (11) nous voyons que :

$$\Delta t = \Delta\tau\left[\frac{E}{mc^2}\right] \qquad \Delta(x/c) = \Delta\tau\left[\frac{cp}{mc^2}\right] \tag{12}$$

ce qui signifie que les intervals de temps et d'espace sont directement proportionnels à l'interval de temps propre $\Delta\tau$. Conformément à (10), les constantes de proportionnalité dans (12) sont respectivement égales à $\frac{\Phi_\delta}{\Phi_{\delta'}}$ et $\frac{\phi_\alpha}{\Phi_{\delta'}}$ et de (9) l'équation (12) devient :

$$\Delta j_\delta = \Delta j\left[\frac{\Phi_\delta}{\Phi_{\delta'}}\right] \qquad \Delta j_\alpha = \Delta j\left[\frac{\phi_\alpha}{\Phi_{\delta'}}\right]. \tag{13}$$

Or, ces derniers résultats sont parfaitement compatibles avec les résultats (41) et (42) de [1] (en tenant compte de (18) de [1], avec $\theta = i\eta$, et du facteur i pour les angles de temps).

Finalement à partir de la première égalité de (10), nous pouvons écrire :

$$mc^2 = \frac{J\Phi_{\delta'}}{Jt_o}\frac{E_o t_o}{2\pi} = \frac{2\pi}{T}\frac{E_o t_o}{2\pi} = \frac{E_o t_o}{2\pi}\omega \tag{14}$$

où J est la période (voir plus haut dans cette section). $\omega \equiv 2\pi/T$ est simplement la fréquence. Dans le membre gauche de (14) nous avons de l'énergie (au repos). À droite nous avons le produit de deux constantes que multiplie une fréquence. Ceci rappel la relation Planck-Einstein. Il est donc naturel de poser :

$$\frac{E_o t_o}{2\pi} = \hbar\,, \tag{15}$$

où $\hbar$ est la constante de Planck divisée par $2\pi$. Note. De (15), de la définition de $d_o$ (i.e. $d_o \equiv ct_o$) et du fait que l'on a $E_o \gg mc^2$, on doit avoir $d_o \ll \lambda_c$ où $\lambda_c = h/mc$ est la longueur d'onde de Compton d'une particule de masse m. Cette dernière inégalité donne une limite supérieure à $d_o$ ou $t_o$.

## 4 Conclusion

Le présent travail montre qu'il est tout à fait possible et cohérent d'interpréter les petits angles des NAO comme des quanta d'énergie-impulsion. Quant aux indices de site (i.e. les entiers j etc.) ils constituent les coordonnées d'espace-temps. Cette interprétation est beaucoup plus riche de conséquences au plan physique.

## Références

[1] Servant, B., “Génération d'un Espace-Temps lorentzien discret à partir des NAO”, 17 Fév. 2016. bservant05.blogspot.com