

II Thermodynamique avancée

Bien, désormais vous devez maîtriser les bases, mais ceci ne vous aide pas à répondre aux exigences du jury. Nous allons aborder une fonction d'état plus complexe : l'entropie. Ensuite, nous aborderons ce qui me semble primordial : les machines thermiques.

1) Entropie

Avec les mains, l'entropie correspond physiquement à une quantification du chaos. J'entends par là que plus les particules/molécules sont mobiles et bougent, plus l'entropie est élevée. Entre autres, l'agitation thermique participe au chaos, et augmente avec la température, et en général l'entropie en fait donc de même. Mais pas toujours car la température n'est pas la seule source d'entropie.

A/ Second principe de la thermodynamique

Quand le premier principe peut être vu comme un principe de conservation (de l'énergie d'un système fermé), le second principe est vu comme un principe d'évolution.

Il stipule que, pour un système quelconque passant d'un état A à un état B, la différence d'entropie entre les deux états, ΔS_{AB} (ou dS_{AB} si la transformation est infinitésimale) est égale à la somme de l'entropie échangée \mathcal{Y}_e (respectivement $\delta\mathcal{Y}_e$) et de l'entropie créée \mathcal{Y}_c (respectivement $\delta\mathcal{Y}_c$).

$$\Delta S_{AB} = \mathcal{Y}_e + \mathcal{Y}_c \quad \text{ou} \quad dS_{AB} = \delta\mathcal{Y}_e + \delta\mathcal{Y}_c \quad \text{second principe}$$

L'entropie est une fonction d'état, le terme d'échange \mathcal{Y}_e correspond aux échanges de chaleur et de matière (donc $\mathcal{Y}_e = 0$ si la transformation est adiabatique pour un système fermé) et le terme de création \mathcal{Y}_c correspond à la création d'irréversibilité, d'entropie (nul pour une transformation réversible, donc tout le temps pour nous en aggr). Le terme d'échange vaut toujours $\delta\mathcal{Y}_e = \frac{\delta Q}{T}$.

$$\text{Pour une transformation réversible, } \mathcal{Y}_c = 0 \text{ et } dS = \delta\mathcal{Y}_e = \frac{\delta Q_{\text{réversible}}}{T}$$

(Des causes d'irréversibilité pourraient être des gradients de concentration, des effets non linéaires comme des hystérésis dans le cycle, des frottements...).

NOTE: Pour une transformation adiabatique et réversible, $\mathcal{Y}_c = 0$ (réversibilité), pour un système fermé, $\mathcal{Y}_e = 0$ (fermé, adiabatique \rightarrow pas d'échange), $\Delta S = 0$.

\rightarrow Une transformation isentropique ($S = \text{constante}$) est une transformation adiabatique et réversible d'un système fermé. Ainsi, les hypothèses pour appliquer la loi de Laplace ($PV^\gamma = \text{constante}$) se ramènent à : transformation isentropique d'un gaz.

B / Identités thermodynamiques

Je ne peux évidemment pas tout aborder dans ce cours, et vous n'avez sûrement pas le temps. Je ne démontrerais pas les deux formules qui suivent, et je ne sais pas encore si nous nous en serviront (sachez toutefois que pour les démonstrations, vous les trouverez dans n'importe quel livre de physique de CPGE). Sachez toutefois qu'il existe deux lois, appelées identités thermodynamiques, qui lient les variations d'entropie d'une part aux variations d'énergie interne, et d'autre part aux variations d'enthalpie.

$$\begin{cases} ds = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV & (1) \\ ds = \frac{dH}{T} - \frac{V}{T} dP & (2) \end{cases}$$

identités thermodynamiques.

Un exemple très classique d'utilisation de ces lois est la transformation d'un gaz parfait. Les lois de Joule donnent $dU = C_V \cdot dT$ et $dH = C_P \cdot dT$ pour un gaz parfait, et $PV = nRT$

donc

$$\begin{cases} ds = C_V \cdot \frac{dT}{T} + nR \cdot \frac{dV}{V} \\ ds = C_P \cdot \frac{dT}{T} + nR \cdot \frac{dP}{P} \end{cases}$$

or, la loi de Mayer nous a permis d'établir au I/3) D.

$$\begin{cases} nR = (\gamma - 1) \cdot C_V \\ nR = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_P = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) C_P \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} ds = C_V \cdot \left[\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \cdot \frac{dV}{V} \right] \\ ds = C_P \cdot \left[\frac{dT}{T} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dP}{P} \right] \end{cases} \text{ avec } C_P = \gamma \cdot C_V \text{ par définition de l'indice } \gamma.$$

$$\rightarrow ds = C_V \left[\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} \right] = C_V \cdot \left[\gamma \cdot \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \cdot \frac{dP}{P} \right].$$

qui s'intègre en $\Delta s_{AB} = C_V \cdot \left[\ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) + (\gamma - 1) \cdot \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \right].$

→ En général, pour savoir quelle forme choisir, utilisez (1) la première si la transformation est isochore, et (2) la seconde si la transformation est isobare.

2) Changement d'état d'un corps pur.

On parle "d'état" d'un corps (= une matière) pour désigner sous quelle "forme" il se trouve physiquement sous les conditions thermodynamiques auxquelles il est soumis. Pour de l'eau par exemple, à basse température, en fonction de la pression, on pourra la trouver sous forme de glace (solide amorphe, comme le verre, pas de structure cristalline) ou de flocons de neige. A pression atmosphérique, pour $0^\circ\text{C} < \text{Température} < 100^\circ\text{C}$ l'eau sera liquide, puis sous forme de vapeur pour $T > 100^\circ$.

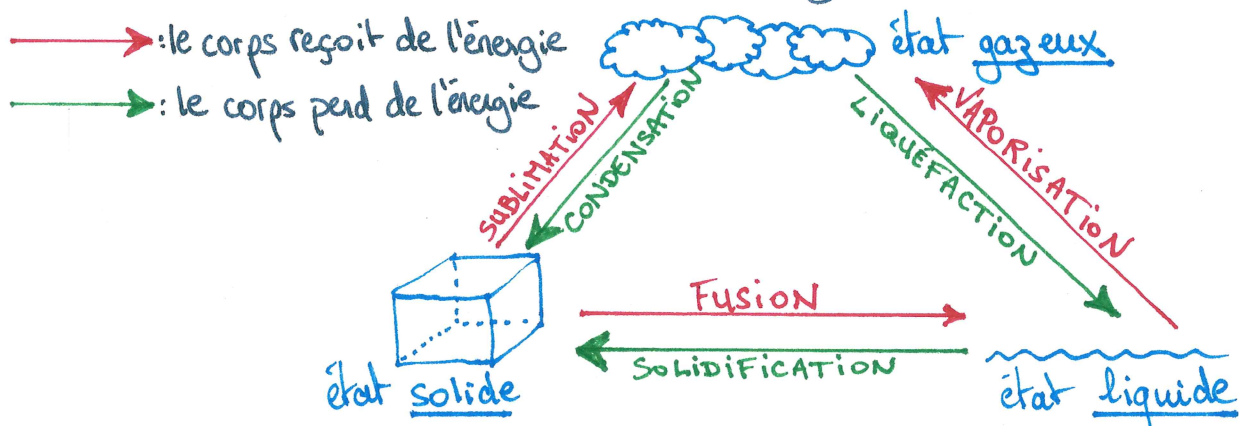
Pour les corps purs, on distingue en général que trois états :

Solide Liquide gazeux
-----> entropie

Remarque : plus l'état est organisé au niveau microscopique, plus l'entropie est faible (chaos). Donc au vu de l'entropie massique, pour un même corps : $\Delta_{\text{cristal}} < \Delta_{\text{solide amorphe}} < \Delta_{\text{liquide}} < \Delta_{\text{vapeur}}$

A/ Chaleur latente de changement d'état

Pour passer d'un état à un autre, la matière subit un changement d'état, qui pour une pression donnée se produit à une température précise (à pression atmosphérique, l'eau gèle à 0°C et s'évapore à 100°C). Voici la liste des changements d'état classiques :

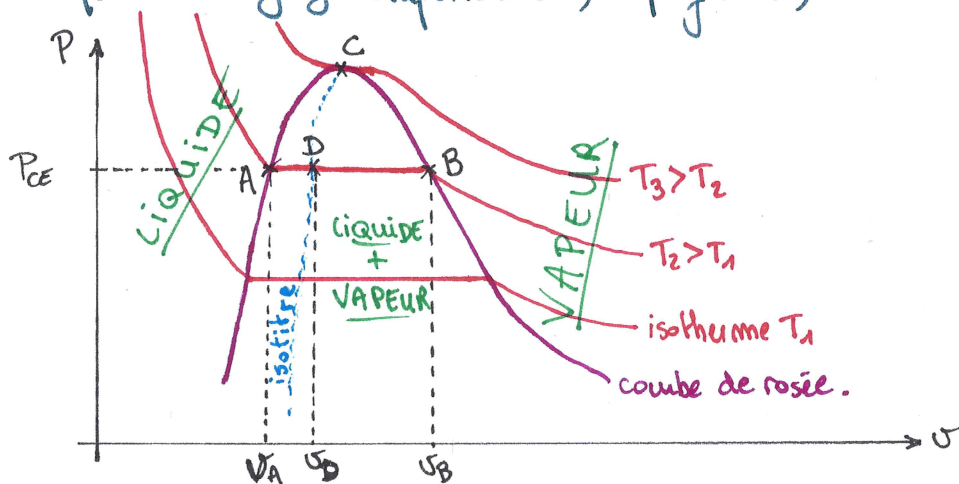


Du point de vue énergétique (enthalpie), à même pression un corps pur a plus d'énergie sous forme gaz que sous forme liquide, et plus sous forme liquide que sous forme solide. Exemple de l'eau : il faut fournir de l'énergie avec un réchaud pour l'amener à ébullition et la vaporiser.

B/ Diagramme P-V et courbe de rosée

Afin d'adopter une notation plus générale, on tracera à l'avenir des diagrammes P- ν où $\nu = \frac{1}{\rho}$ est le volume massique (inverse de la masse volumique), qui tomberait à l'agreg assez probablement - Tout ce qui a été dit sur le diagramme P- ν reste vrai (énergie, cycles, transformations) mais attention aux unités, il faudra multiplier par la masse.

En thermodynamique de l'ingénieur, on s'intéresse particulièrement au changement d'état liquide \leftrightarrow gaz (vaporisation, liquéfaction).



★ La courbe de rosée : représente la limite entre l'état {liquide} (à gauche), l'état {liquide + vapeur} (sous la cloche, le changement d'état est "en cours") et l'état {vapeur} (à droite).
La partie gauche (avant C) est très pentue, elle est parfois modélisée comme verticale.

★ Les isothermes : sont des courbes montrant la variation de pression en fonction du volume à une température donnée. À l'état liquide (à gauche de la courbe de rosée) ces droites sont quasi verticales car les liquides sont très peu compressibles : il faut une pression très grande pour faire varier faiblement le volume massique (ou la masse volumique). À l'état gazeux (à droite de la courbe de rosée), elles sont sous forme d'hyperboles et peu décroissantes, car il faut peu de pression pour faire varier le volume d'un gaz. Rappel : pour une isotherme (ici) d'un gaz parfait : $P\nu = \frac{R}{M} T$ donc ce sont des hyperboles, cqfd.

Dans la courbe de rosée, ces courbes isothermes sont des plateaux : à une température de changement d'état (T_2 par exemple) correspond une pression constante de changement d'état (P_{ce}).

★ Le point C, au sommet de la cloche de la courbe de rosée, est un point très particulier appelé point critique de changement d'état. Le corps est alors à la fois liquide et gazeux.

★ Lors du changement d'état (entre A et B) à pression et température constantes, la pression est appelée pression de vapeur saturante (ou parfois pression de liquide saturant).

- En A, le corps est totalement à l'état liquide, et entame son changement d'état. Son état est alors dit "liquide saturant" (c'est un mélange de vapeur et de liquide saturé en liquide).

- En B, le corps est totalement à l'état gazeux, et entame son changement d'état inverse. Son état est alors dit "vapeur saturante" (c'est un mélange vapeur + liquide saturé en vapeur).

- Entre A et B, en D, le corps est un mélange de vapeur et de liquide.

★ Le titre massique en vapeur correspond pendant un changement d'état (donc le corps est un mélange de gaz et de liquide) à la proportion de vapeur dans le mélange. Par exemple, en un point D entre A et B, le titre massique en vapeur $x = \frac{AD}{AB} \leq 1$, $x = \frac{\text{masse de vapeur}}{\text{masse totale du mélange}}$

[Remarque : au point de liquide saturant (A), $x = 0$, et au point de vapeur saturante, B, $x = 1$. Donc $0 \leq x \leq 1$.

Certains utilisent le titre massique en liquide $(1-x)$.

L'enthalpie en D est exprimée en fonction de l'enthalpie $h_{liq}(P_{ce}, T_2)$ du liquide à la pression de changement d'état et à la température de changement d'état, et de $h_{vap}(P_{ce}, T_2)$ l'enthalpie de la vapeur pour ces mêmes valeurs,

$$h_D(P_{ce}, T_2) = x \cdot h_{vap}(P_{ce}, T_2) + (1-x) \cdot h_{liq}(P_{ce}, T_2)$$

loi des mélanges

De même pour les énergie interne massique et entropie massique :

$$\begin{cases} u_D(P_{ce}, T_2) = x \cdot u_{vap}(P_{ce}, T_2) + (1-x) \cdot u_{liq}(P_{ce}, T_2) \\ s_D(P_{ce}, T_2) = x \cdot s_{vap}(P_{ce}, T_2) + (1-x) \cdot s_{liq}(P_{ce}, T_2) \end{cases}$$

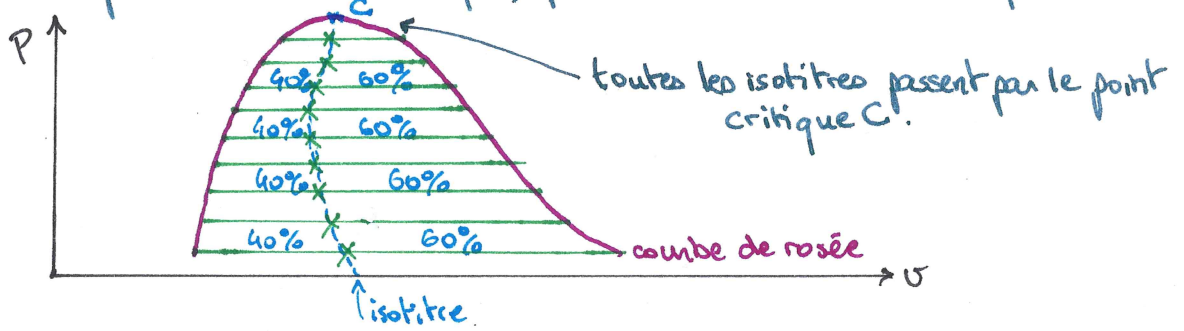
Rappel : avec en notant h_{vapo} la chaleur latente massique de vaporisation,

$$h_{vap}(P_{ce}, T_2) - h_{liq}(P_{ce}, T_2) = \Delta h_{vaporisation} = h_{vapo} > 0$$

$$\Delta s_{vap}(P_{ce}, T_2) - \Delta s_{liq}(P_{ce}, T_2) = \Delta s_{vaporisation} = \frac{\Delta h_{vaporisation}}{T_2} = \frac{h_{vapo}}{T_2} > 0$$

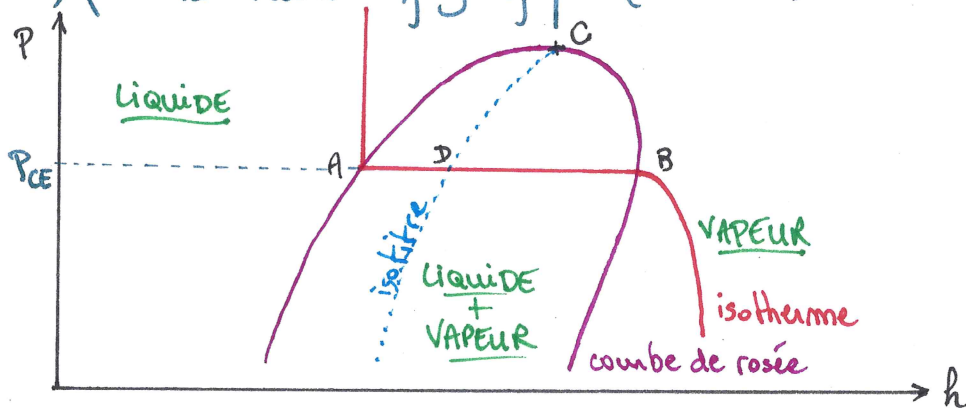
★ Une courbe isotitre dans la courbe de rosée est une courbe assurant le même

rapport des distances au point de vapeur saturante et au point de liquide saturant pour toute pression. Par exemple, pour l'isotitre 40% en vapeur :



C/ Diagramme de Mollier (ou diagramme enthalpique)

Si le diagramme P-v (diagramme de Watt) est couramment utilisé pour les machines thermiques produisant du travail depuis une source de chaleur, il cède sa place au diagramme P-h, pression-enthalpie massique (diagramme de Mollier) pour les machines frigorifiques (en STI2D).



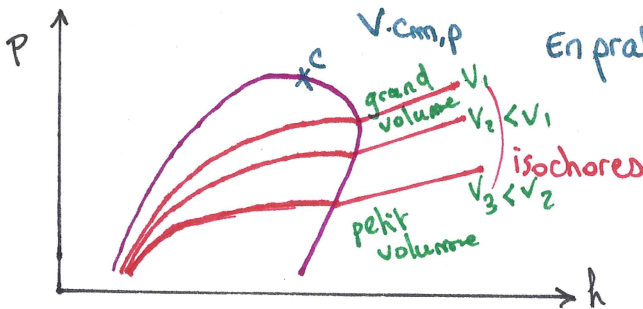
* Comme pour le diagramme de Watt,

- C est le point critique (état liquide et solide)
- la courbe de rosée est la limite du changement d'état, sous cette courbe le corps est un mélange de liquide et de vapeur.
- les proportions de ce mélange sont données par le titre massique en vapeur $x = \frac{AD}{AB}$ (puisque d'après la loi des mélanges, $h(D) = x \cdot h_{vap}(A) + (1-x) \cdot h_{liq}(B)$).
- le changement d'état se fait à pression (P_{CE}) et température constantes
- une courbe isotherme est verticale dans le domaine liquide, car $dh = c \cdot dT = 0$.
 ↑ capacité thermique massique du liquide.
- Dans le domaine vapeur, les isothermes ont aussi des asymptotes verticales, pour la même raison.
- A est le point de liquide saturant ($x=0$, ≈ 100% de liquide dans le mélange diphasique), B le point de vapeur saturant ($x=1$, ≈ 100% de vapeur)

★ Pour une transformation isochore : les courbes $P(h)$ à l'état diphasique (vapeur + liquide, pendant le changement d'état) sont croissantes. Lorsque de la chaleur est apportée au mélange liquide-vapeur à V constant, la pression augmente. Mais après le passage en état de vapeur les courbes subissent une brusque de pente et deviennent presque des droites. En effet, pour un gaz parfait (modèle de la vapeur), $PV = nRT \rightarrow V \cdot dP = nRdT$ et $dh = c_{m,p} \cdot dT$

Donc $dP = \frac{nR}{V} \cdot dh \rightarrow$ c'est une droite.

\leftarrow capacité thermique.

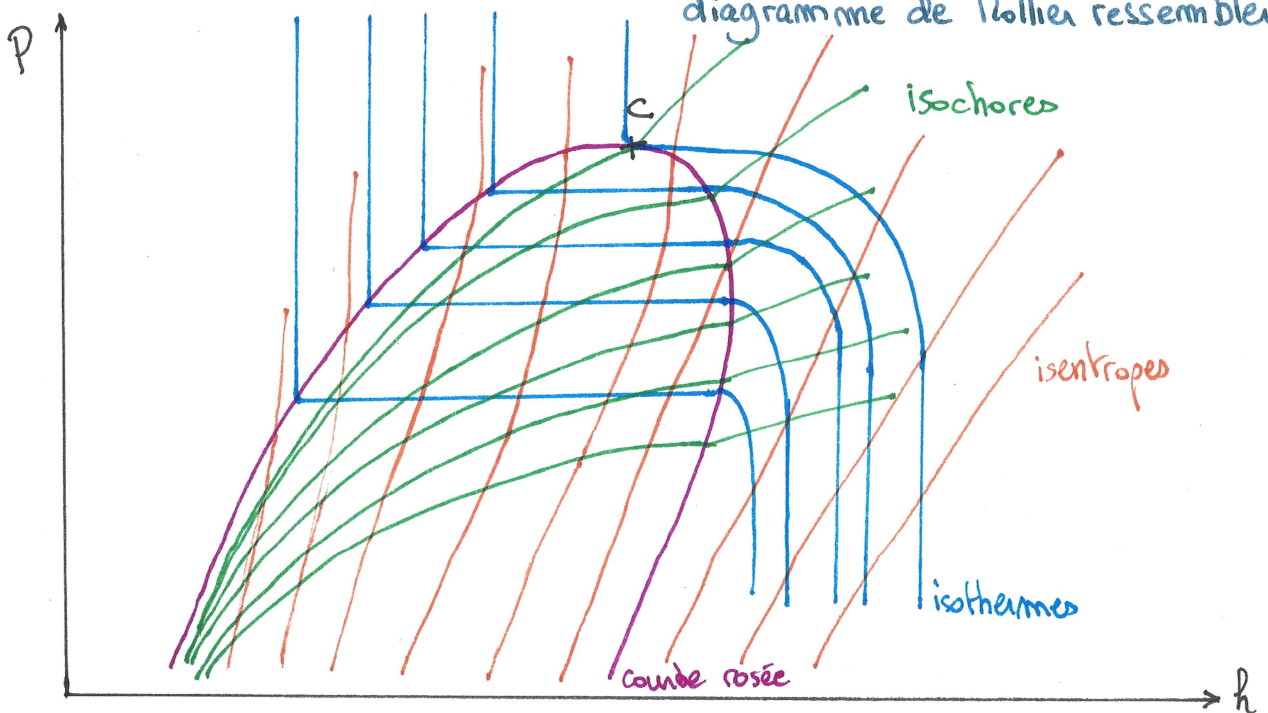


En pratique ce n'est pas exactement une droite car le modèle de gaz parfait est faux pour la vapeur.

★ Pour une transformation isentropique : les courbes à entropie constante (donc adiabatiques - pas d'échange de chaleur avec l'extérieur - et réversibles) sont croissantes. Lorsqu'on comprime le corps, l'enthalpie (l'énergie) augmente, en l'absence de pertes (isentropique).

[NB : la compressibilité est d'autant plus grande que la teneur en vapeur dans le mélange est haute. Une compression à même ΔP sera plus coûteuse énergétiquement pour une vapeur (car il faut beaucoup de déplacement) que pour un liquide. C'est contre-intuitif.]

★ Pour un corps pur donné (par exemple classiquement du Fréon), le diagramme de P-h ressemblera à :



D/ Diagramme T-S (diagramme entropique)

Le diagramme de Mollier (dit aussi diagramme des frigoristes) est employé dans le référentiel ST2D et en BTS. En IUT (GMP par exemple), les étudiants utilisent plutôt le diagramme T-s (température, entropie massique). Je fais le choix de ne pas le couvrir dans ce cours, mais si cela vous intéresse, vous trouverez une présentation de ce diagramme dans le cours en ligne d'Olivier Cleynen, chapitre VIII.

3) Machines thermiques et frigorifiques.

A/ Conventions de transfert d'énergie

J'appellerai dans ce cours "machine réceptrice" une machine du type moteur dans laquelle on injecte de la puissance sous forme thermique pour récupérer une puissance mécanique. Et les "machines frigorifiques" auront pour convention le sens de transfert de puissance inverse.

★ Pour une machine réceptrice : le principe de Thomson-Kelvin nous apprend qu' "on ne peut réaliser une machine motrice avec une seule source de chaleur". (Machine réceptrice = machine motrice).

En effet, toute machine qui échange avec une source de chaleur subit lors de cet échange une transformation à température constante :

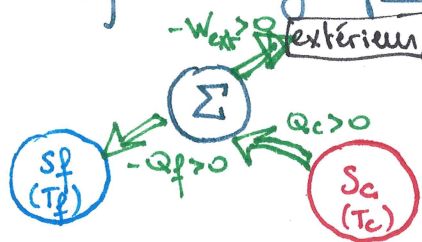
$$\text{au niveau d'une source de chaleur, } dS = \delta S^c + \delta S^e = \delta S^c + \frac{\delta Q}{T_{\text{source}}} \leq \frac{\delta Q}{T_{\text{source}}}$$

↑ variation d'entropie ↑ entropie créée ≥ 0 ↑ entropie échangée avec la source.

avec T_{source} température de la source, supposée constante.

Or, une machine thermique (quelle qu'elle soit) fonctionne en faisant faire des cycles thermodynamiques à un fluide. Très important, au cours d'un cycle, les variables d'état changent, mais puisque un cycle est quelque chose de "répétable", les variables d'état à la fin d'un cycle sont égales à celles au début du cycle. Donc puisque les fonctions d'état U, H, S ne dépendent que des variables d'état (donc de l'état dans lequel se trouve le système, et pas du cycle qu'il a suivi pour en arriver là), alors entre le début et la fin d'un cycle thermodynamique, $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$; $\Delta H_{\text{cycle}} = 0$; $\Delta S_{\text{cycle}} = 0$.

Si l'on note Σ la machine motrice, S_f une source froide de température constante T_f et S_c une source chaude de température constante $T_c > T_f$, alors le schéma des transferts d'énergie par cycle est:



La machine prend de l'énergie à la source chaude, en donne à la source froide, sous forme de chaleur, et fournit du travail à l'extérieur.

→ Au cours de chaque cycle, les échanges d'énergie reçus par le système sont :

$$\underbrace{W_{ext}}_{\hat{O}} + \underbrace{Q_f}_{\hat{O}} + \underbrace{Q_c}_{\hat{O}} : \text{énergie reçue par cycle par le système.}$$

Or $\Delta U_{cycle} = 0$ (car cycle \Rightarrow état d'origine = état final).

Donc le premier principe de la thermodynamique donne $W_{ext} + Q_f + Q_c = \Delta U = 0$

D'autre part, le deuxième principe de la thermodynamique

donne: $\Delta S_{cycle} = 0 = \underbrace{\mathcal{Y}_{cycle}^c}_{\hat{O}} + \underbrace{\mathcal{Y}_{cycle}^f}_{\hat{O}} = \underbrace{\mathcal{Y}_{cycle}^c}_{\hat{O}} + \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \geq \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c}$

donc $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$ avec égalité stricte si, et seulement si $\mathcal{Y}_{cycle}^c = 0$
 si, et seulement si échanges et transformations réversibles.

Remarque: S'il n'y a qu'une seule source de chaleur, S_c , alors $\Delta S_{cycle} = 0 = \mathcal{Y}_{cycle}^c + \frac{Q_c}{T_c}$ donc $\frac{Q_c}{T_c} \leq 0$, or le 1^{er} principe donne $W_{ext} + Q_c = \Delta U_{cycle} = 0$
 $\hookrightarrow =$ ssi réversible $\Rightarrow W_{ext} = -Q_c = 0$
 on retrouve le principe de énoncé précédemment.

→ Pour les machines réceptrices (ou motrices) on s'intéressera au rendement η défini comme le rapport de la puissance mécanique fournie par le système sur la puissance thermique effective reçue. Si l'on note N le nombre de cycles thermodynamiques effectués par unité de temps, alors

$$\eta = \frac{P_{meca \text{ fournie}}}{\Phi_{thermique \text{ reçue effective}}} = \frac{-W_{cycle} \cdot N}{Q_{reçue} \cdot N} = \frac{-W_{ext}}{Q_c} = \eta (< 1)$$

En pratique le rendement ne peut pas atteindre 1, il est limité à un rendement maximum dit rendement de Carnot:

• Le premier principe de la thermodynamique donne $\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = Q_c + Q_f + W_{\text{ext}}$
 donc $\eta = -\frac{W_{\text{ext}}}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$.

• Le second principe donne $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$ ^{= ssi réversible} donc $\frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c}$

d'où $\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} \leq 1 - \frac{T_f}{T_c} < 1$, donc $\eta \leq \eta_{\text{Carnot}}$ avec $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$
_{= ssi réversible.}

★ Pour une machine frigorifique (ou absorbant la puissance mécanique).
 Avec les notations précédentes,



Contrairement au cas précédent où l'on laissait la chaleur transiter naturellement depuis le chaud vers le froid, ici on utilise une énergie mécanique sous forme de travail pour forcer la source froide à donner de la chaleur au système, qui la rejette dans la source chaude.

Pour un frigo ou un climatiseur par exemple, l'intérieur est la source froide, l'extérieur la source chaude, et l'on pompe de la chaleur à la source froide pour diminuer encore sa température.

Remarque: une pompe à chaleur fonctionne sur le même schéma d'échanges énergétiques. Mais elle présente l'avantage d'être réversible: la source chaude peut indifféremment être l'intérieur ou l'extérieur. Elle permet donc de refroidir l'intérieur (source froide) en été, et de le réchauffer (source froide = extérieur) en hiver.

→ Pour les machines frigorifiques, on s'intéressera à l'efficacité e définie comme le rapport de la puissance thermique utile sur la puissance mécanique fournie au système. Avec N le nombre de cycles par unité de temps

$$e = \frac{\Phi_{\text{thermique utile}}}{P_{\text{méca reçue par système}}} = \frac{Q_{\text{resue utile}} \cdot N}{W_{\text{utile}} \cdot N} = + \frac{Q_{\text{utile}}}{W_{\text{ext}}} = e$$

J'insiste sur la notation chaleur utile, car

- pour une climatisation, un frigo ou une pompe à chaleur en mode refroidissement de l'intérieur, la chaleur utile est la chaleur Q_f échangée avec la source froide.
 - pour une pompe à chaleur en mode chauffage de l'intérieur, la chaleur utile est la chaleur $-Q_c$ échangée avec la source chaude (maison).
- Pour un frigo ou une climatisation, le 1^{er} principe de la thermodynamique s'écrit $W_{ext} + \underset{\circ}{Q_c} + \underset{\circ}{Q_f} = 0$, donc $e = \frac{Q_f}{W_{ext}} = \frac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$

l'efficacité ne peut pas être infinie, elle est majorée par e_{max} , en effet le 2^{ème} principe de la thermodynamique s'écrit $\Delta S_{cycle} = 0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}$

Donc $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$ donc $\frac{Q_c}{Q_f} \leq -\frac{T_c}{T_f}$,
 \leq ssi réversible

D'où $e = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}} \leq -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = e_{max}$

- Pour une pompe à chaleur en mode chauffage, le 1^{er} principe de la thermodynamique donne $e = -\frac{Q_c}{W_{ext}} = +\frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$

Le second principe donne $\frac{Q_c}{T_c} \geq -\frac{Q_f}{T_f}$ donc $\frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c}$.
 \geq ssi réversible

D'où $e = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = e_{max}$

Ordres de grandeur : en général, pour les frigos ou les climatisations, les efficacités sont entre 10 (très moyen) et 20, de ce que j'ai vu jusqu'ici.

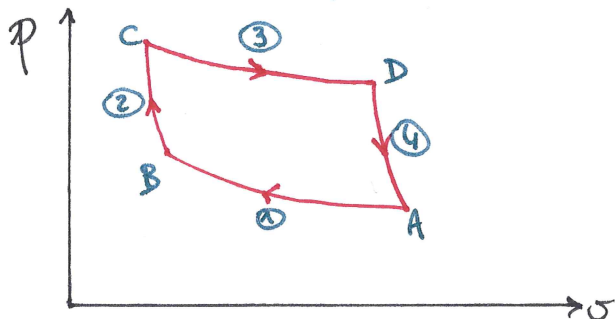
B/ Exemple d'une machine réceptrice : la machine de Carnot

Le cycle de Carnot permet, depuis deux sources de chaleur (une chaude, une froide, moten dittherme) de faire subir à un fluide un cycle thermodynamique en quatre étapes réversibles : ① on comprime le gaz de manière lente, entre A et B, la compression est donc supposée isotherme. ② on comprime alors violemment le gaz, tellement vite qu'aucun échange de chaleur n'a le temps de se produire. Cette seconde compression est donc adiabatique (et puis qu'elle est réversible, elle est isentropique = adiabatique et réversible).

③ Le gaz peut alors se détendre lentement (détente réversible isotherme), et

④ enfin il se détend brutalement jusqu'à sa pression initiale, et revient à l'état A.

Rmq: En général la pression initiale correspond à la pression atmosphérique. Vient alors une étape dite de refoulement: une détente isobare qui revient à vider l'air compris dans une chambre, et réinjecter de l'air nouveau.



- lors des ^{compression} détente isothermes, le gaz supposé parfait est décrit par $PV = \frac{R}{n} T_0$
 $\rightarrow P = \frac{\text{cste}}{V}$
constante pour une isotherme
- lors des ^{compression} détente isentropique, le gaz supposé parfait est décrit par $PV^\gamma = \text{cste}$
 $\rightarrow P = \frac{\text{cste}'}{V^\gamma}$

Le fluide (gaz, qui ne change pas d'état) travaille pendant toutes les étapes du cycle (W_1 et $W_2 > 0$, lors d'une compression on fournit du travail au gaz, W_3 et $W_4 < 0$, lors d'une détente, le gaz fournit du travail vers l'extérieur). Mais il n'échange de la chaleur que lors des étapes isothermes (③ échange avec la source chaude, ① échange avec la source froide), puis que les étapes ② et ④ sont adiabatiques \rightarrow pas d'échange de chaleur avec l'extérieur.

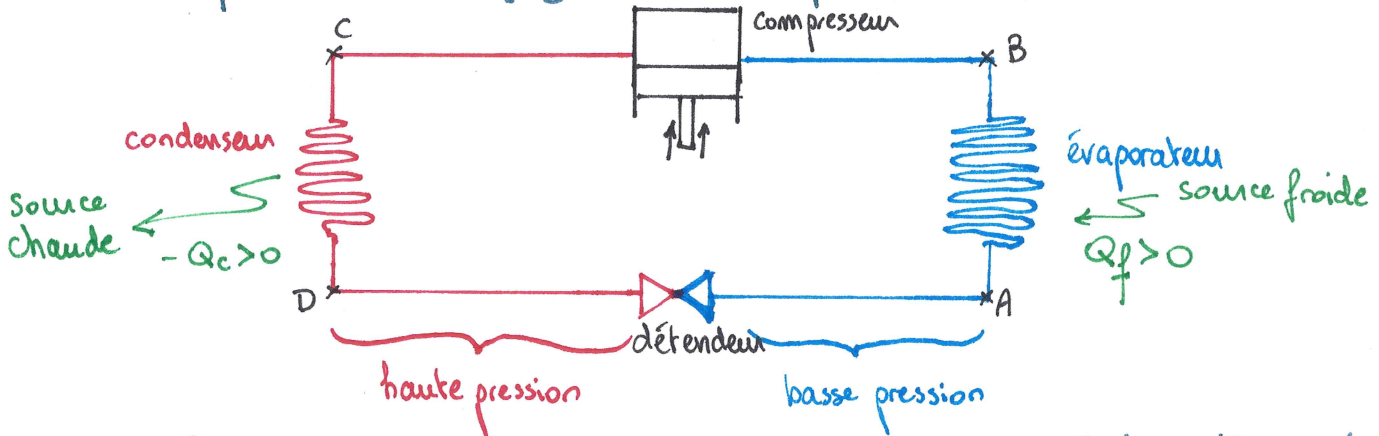
On peut montrer que le rendement de ce cycle est $\eta = \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$, c'est donc le cas d'égalité dans l'inégalité de Carnot: ce cycle est celui qui offre le plus haut rendement théorique possible puisque toutes les étapes sont réversibles (aucune perte, aucune dissipation), et c'est le seul à atteindre la limite du rendement de Carnot.

Pour les cycles réels (celui-ci est évidemment impossible à mettre en œuvre techniquement, il y a toujours des frottements), $\eta < \eta_{\text{Carnot}}$.

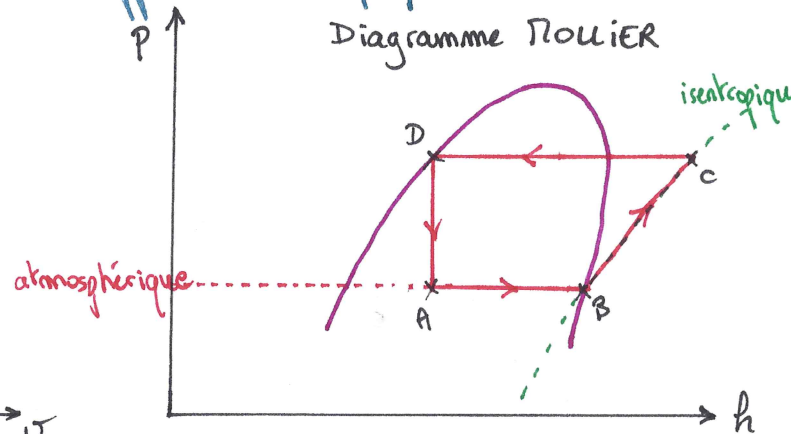
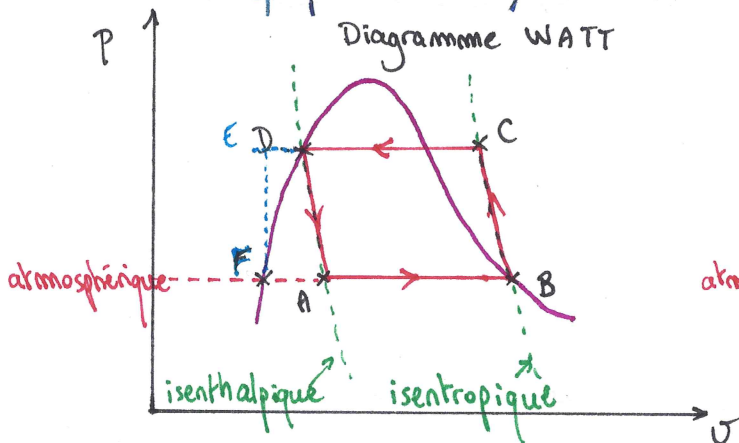
Pour s'entraîner: Je vous recommande de traiter les exercices classiques du moteur Stirling, qui revient à la mode avec les énergies solaires/thermiques, le moteur Diesel à injection (classique, est déjà tombé plusieurs fois en exteure lors d'études de moteurs) et en dernier le moteur à essence, dit Beau de Rochas. Bon travail à vous

C/ Exemple d'une machine frigorifique

Le fréon dans un frigo subit un cycle que l'on peut schématiser ainsi :



- AB: en A (pression atmosphérique) le fluide est vaporisé dans l'évaporateur. Il change d'état et "prend" l'équivalent de sa chaleur latente de changement d'état à la source froide. En A, le corps est diphasique : mélange liquide + vapeur.
- BC: Il est alors compressé rapidement (c'est un gaz, ^{en sortie de compresseur, en B} 100% à l'état de vapeur) dans le compresseur. la compression est rapide donc supposée adiabatique et on la suppose réversible. Elle est donc isentropique.
- CD: La vapeur est condensée et retrouve à l'état liquide. Elle cède alors l'énergie latente de changement d'état à la source chaude.
- DA: Enfin, le liquide (100%) qui sort du condenseur est détendu, sa pression diminue et revient à pression atmosphérique. La détente, quant à elle, est supposée isenthalpique.



Remarque : comme on n'étudie que des fonctions d'état, qui ne dépendent pas du "chemin suivi" pour aller d'un état à l'autre, il est courant (et il faudrait le faire si la question est posée) de séparer la détente isenthalpique DA en une transformation isobare DE puis une détente isochore EF et enfin une transformation (changement d'état) FA. On aurait alors :

$$\Delta S_{DA} = \Delta S_{DE} + \Delta S_{EF} + \Delta S_{FA} ; \Delta H_{DA} = 0 = \Delta H_{DE} + \Delta H_{EF} + \Delta H_{FA} / \dots$$

Pour s'entraîner : Je vous recommande vivement de traiter un sujet entre le climatiseur ou la machine frigorifique, complet (calcul d'efficacité). Cela vous fera travailler tout le 1^{er} cours également.

Pour approfondir, vous pouvez traiter des exercices sur les pompes à chaleur.

Pour les exercices, vous en trouverez en annexe, mais je vous conseille de traiter aussi (voire plutôt) ceux du cours en ligne d'Olivier Cleynen (ariadacepo). Bon courage pour les écrits et les oraux !

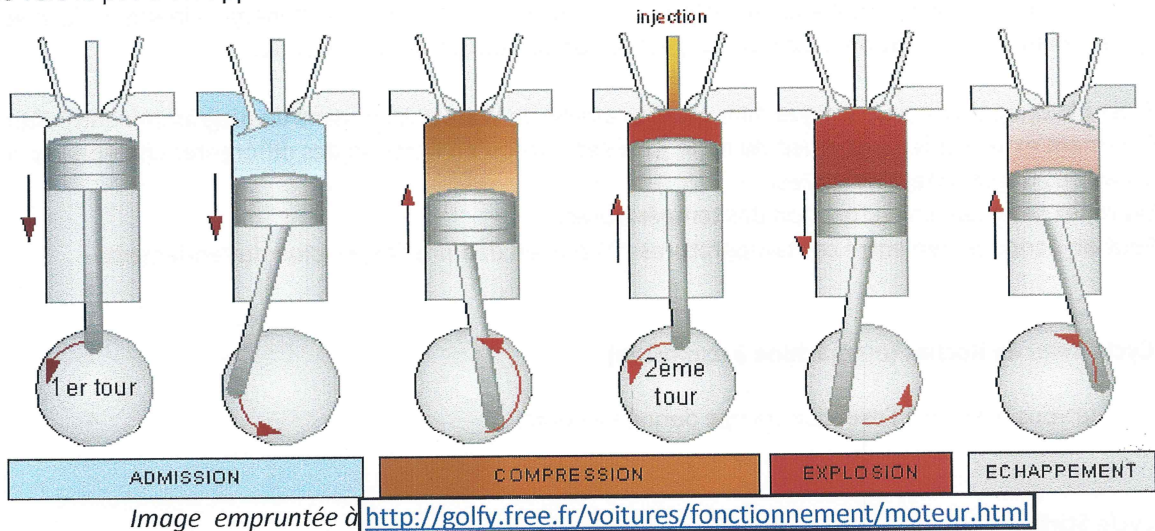
Janis BERNARD.

Thermodynamique des machines

A/ Cycle Diesel

Le cycle Diesel 4 temps se décrit par quatre phases :

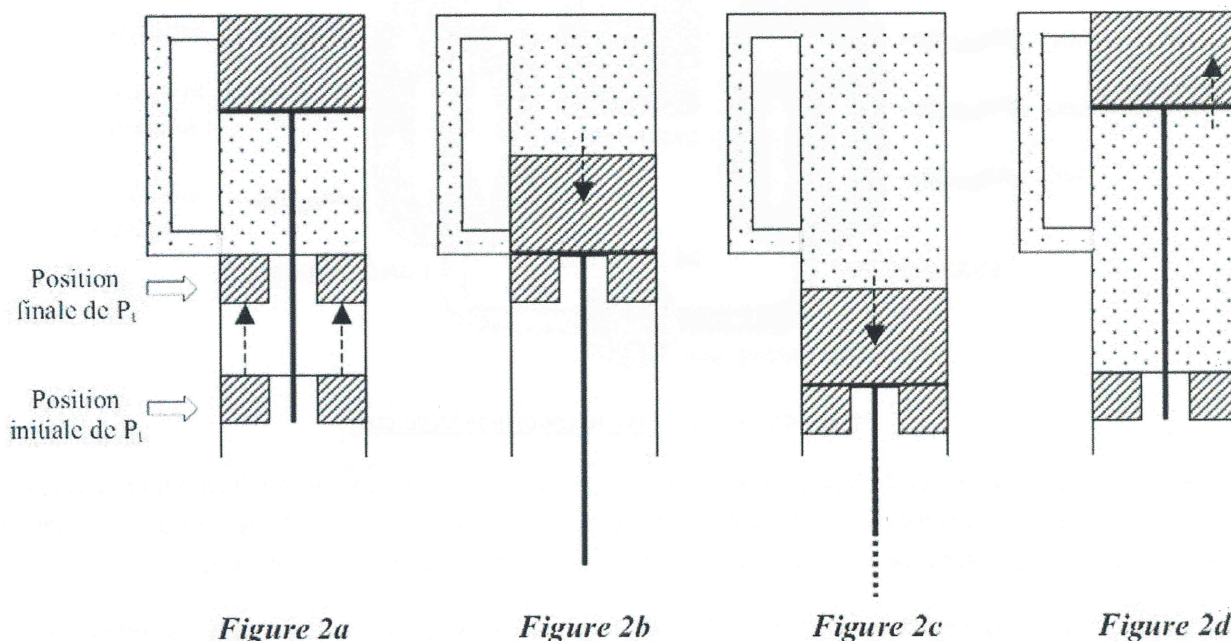
- **L'ADMISSION** : Le piston descend et la soupape d'admission s'ouvre. L'air frais s'engoufre dans le cylindre. Pour le moment il n'y a pas de carburant. Le vilebrequin fait un demi-tour.
- **LA COMPRESSION** : La soupape d'admission se ferme et le piston remonte. L'air est comprimé et s'échauffe fortement. Lorsque le piston atteint les 9/10ème de sa course environ, on injecte une quantité définie de carburant (à une pression de 400 bars pour un moteur diesel classique, 1350 bars pour un moteur à injection directe à rampe commune et plus de 1700 bars pour un moteur à injection directe à injecteur-pompe).
- **L'EXPLOSION** : Les soupapes sont fermées. L'air et le carburant contenus dans le cylindre est sous pression. La température (400 à 600°C) est suffisamment élevée pour que ce mélange explose créant une surpression qui pousse le piston vers le bas (et fait tourner le vilebrequin d'un demi-tour).
- **L'ÉCHAPPEMENT** : Enfin, la soupape d'échappement s'ouvre et le piston remonte chassant l'air brûlé qui est éjecté vers le pot d'échappement.



On le modélise de la façon suivante :

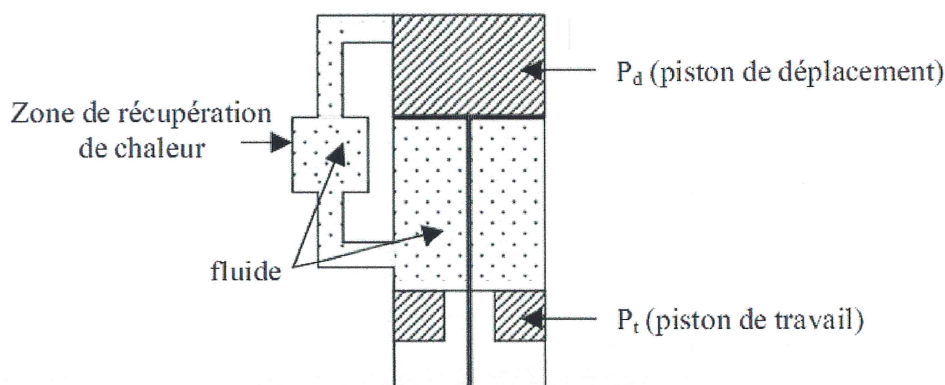
- **O** : initialement, le gaz (air) est à pression P_0 environ atmosphérique, le piston est en position haute $V = V_B$
- **OA** : Admission, le cycle entier est supposé réversible donc sur cette portion de cycle, réalisée à pression constante, le système n'est pas fermé (on ajoute de l'air) et l'on suppose que le piston ne travaille pas (aucun frottement).
- **AB** : Compression de l'air seul (modélisé par un gaz parfait), tellement rapide que la transformation est supposée adiabatique. On note $a = V_A/V_B$ le rapport volumétrique, élevé.
- **B** : la température est très élevée (on rappelle que la loi de Laplace sur AB pour une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait peut s'écrire $T \cdot V^{\gamma-1} = cste$ donc $T_B = T_A \cdot (V_A/V_B)^{\gamma-1} = T_A \cdot a^{\gamma-1}$ avec $\gamma = 1,4 > 1$). Le mélange s'enflamme spontanément.
- **BC** : L'explosion entraîne le piston vers le bas, et le taux d'injection est réglé de manière à ce que la pression reste environ constante lors de la détente.
- **C** : l'injection est stoppée.
- **CD** : le mélange se détend de manière adiabatique réversible de C à D. En D le piston est au point mort bas et l'on note $b = V_D/V_C$
- **DA et AO** : De D à A le fluide refroidit et au point mort bas on suppose le refroidissement isochore. Et de A à O l'air est échappé (d'où l'importance d'avoir plusieurs bielles/manivelles déphasées). Le piston ne travaille pas.

- **A** : à l'état initial, la pression du fluide interne est P_A
- **AB** : le fluide est fortement comprimé à température constante (inertie thermique de l'enceinte). On note $\alpha = V_A/V_B$ (de 2a à 2b sur la figure ci-dessous)
- **BC** : au moment où l'on approche du point mort haut du piston bas, on considère le volume de fluide fixe et la température augmente sous l'effet de la source, la pression avec elle, repoussant les deux pistons.
- **CD** : le fluide se détend à température maintenue constante par la source.
- **DA** : au point mort bas du piston bas (*figure 2d*) le volume est fixe et maximal. La température diminue et la pression avec elle.



On suppose toutes les transformations réversibles (quasi-statiques, temps thermiques très courts devant les temps mécaniques).

- 1) Tracez le cycle de Stirling en diagramme de Watt (autrement appelé par les physiciens diagramme de Clapeyron) et entropique.
- 2) Exprimez le rendement en fonction des différentes quantités de chaleurs échangées au cours des transformations AB, BC, CD et DA.
- 3) Donnez l'expression de ces différents échanges de chaleur en fonction du coefficient adiabatique γ du gaz supposé parfait, de α et des différentes températures.
- 4) Que constate-t-on si le moteur est équipé d'un régénérateur permettant de récupérer la chaleur dissipée lors du refroidissement, pour la réinjecter au moment du chauffage ? On suppose alors que la chaleur récupérée pendant la transformation DA par le régénérateur est égale à la puissance que le régénérateur fournit au fluide lors du chauffage BC.



Machines thermiques E2 CYCLE DIESEL

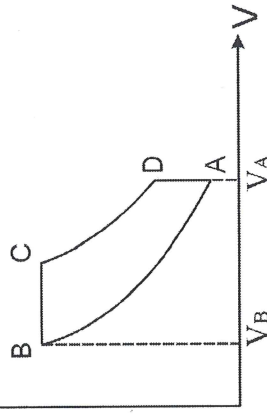
Dans le cycle Diesel :

- le premier temps AB est une compression adiabatique réversible de l'air seul (gaz parfait), avec un rapport volumétrique $a = V_A/V_B$ assez important ;
- le carburant n'est injecté dans le cylindre qu'à partir de B. La température est suffisante pour que le mélange s'enflamme spontanément (sans l'aide de bougies). Le taux d'injection est réglé de manière que la pression reste constante pendant la phase BC de la détente ;
- on arrête l'injection en C et on laisse le mélange se détendre de manière adiabatique réversible de C à D. En D, le piston est alors au point mort bas ; on notera $b = V_D/V_C$.
- il se produit un refroidissement isochore de D en A.

- Identifier les échanges de chaleur, représenter le cycle, puis exprimer le rendement du cycle en fonction de γ et des températures.
- Exprimer T_B , T_C et T_D en fonction de T_A , a , b et γ .
- En déduire l'expression du rendement du cycle en fonction de γ , a et b .

Corrigé :

On trace le cycle décrit dans un diagramme de Watt (autrefois appelé diagramme de Clapeyron).



Le rendement du moteur est défini par $r = -W/Q_c$ où W représente le travail échangé par la machine avec l'extérieur et Q_c le transfert thermique reçu de la source chaude. L'application du premier principe au système fermé constitué du gaz décrivant l'évolution ABCDA permet d'exprimer le rendement sous la forme :

$$r = \frac{Q_{froid} + Q_{chaud}}{Q_{chaud}} = 1 + \frac{Q_{froid}}{Q_{chaud}}$$

Il faut alors exprimer les transferts thermiques et déterminer sur quelle évolution le système reçoit effectivement de l'énergie par chaleur de la source chaude.

Sur l'isobare BC: $\Delta H = C_p \Delta T = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} (T_C - T_B) = Q_{BC}$

Sur l'isochore DA: $\Delta U = C_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_A - T_D) = Q_{DA}$

Pour déterminer le rendement, il faut identifier qui de Q_{BC} ou de Q_{DA} correspond à Q_{chaud} .

Sur l'isobare BC, on a : $P_C = P_B = P_C \Leftrightarrow \frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B} \Leftrightarrow T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = T_B \frac{a}{b}$

On a donc $Q_{BC} = Q_{chaud}$ ce qui permet d'exprimer le rendement sous la forme:

$$r = 1 + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} \right)$$

Comme les évolutions AB et CD sont adiabatique réversibles, on a:

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

En faisant apparaître a et b on obtient :

$$\begin{cases} T_B = T_A a^{\gamma-1} \\ T_C = T_D b^{\gamma-1} \end{cases}$$

On exprime les différentes températures qui apparaissent dans l'expression du rendement en fonction de la température T_A en faisant intervenir les deux expressions précédentes et l'expression qui traduit la compression isobare :

$$\begin{cases} T_B = T_A a^{\gamma-1} \\ T_C = T_B \frac{a}{b} = T_A \frac{a^\gamma}{b} \\ T_D = T_A \left(\frac{a}{b} \right)^\gamma \end{cases}$$

En utilisant ces différentes relations, il vient :

$$r = 1 - \frac{a^\gamma - b^\gamma}{\gamma (ab)^{\gamma-1} (a - b)}$$

Machines thermiques

E3 MOTEUR THERMIQUE AVEC DES PSEUDO-SOURCES

On considère deux corps de volume constant et de capacité calorifique molaire à volume constant commune C . Les quantités, en moles, sont n_1 et n_2 . Les températures initiales sont T_1 et T_2 avec $T_2 < T_1$. On se sert de leur différence de température pour faire fonctionner de manière réversible et cyclique une machine thermique.
La température des sources varie de façon infinitésimale.

- 1) Quelle est la température finale T_{finale} des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner ?
- 2) Calculer le travail total fourni par ce moteur, ainsi que le rendement ρ instantané.
- 3) Proposer un cycle correspondant à ce type de moteur en coordonnées de Clapeyron (P, V). Interpréter. Comment évoluent le cycle et le rendement au cours des temps ?

Corrigé :

1. Température finale T_f

Il y a arrêt du moteur lorsque $T_{\text{finale}} = T_{f1} = T_{f2}$ d'après l'énoncé historique du second principe de la thermodynamique formulé (il n'existe pas de moteur cyclique monotherme).

$$\delta Q_1 = -n_1 C dT \quad \delta Q_2 = -n_2 C dT'$$

(attention au signe, ce sont les chaleurs reçues par le moteur)

Sur un cycle :

$$\begin{aligned} dS = 0 &= \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} \Rightarrow \Delta S = 0 = \int_{T_1}^{T_f} -\frac{n_1 C dT}{T} + \int_{T_2}^{T_f} -\frac{n_2 C dT'}{T'} \\ \Leftrightarrow 0 &= -C \left(\ln \left(\frac{T_f}{T_1} \right)^{n_1} + \ln \left(\frac{T_f}{T_2} \right)^{n_2} \right) \Leftrightarrow \boxed{T_f = T_1^{n_1} T_2^{n_2} / (n_1 + n_2)} \end{aligned}$$

2. Travail fourni par le moteur.

Le travail total fourni par le moteur est donné par le premier principe :

$$\Delta U = 0 = W + Q_1 + Q_2$$

$$W' = \int_{T_1}^{T_f} n_1 C dT + \int_{T_2}^{T_f} n_2 C dT' \Leftrightarrow \boxed{W = C \left[(n_1 + n_2) T_f - n_1 T_1 - n_2 T_2 \right]}$$

Remarque : si totalement irréversible :

$$\Delta S = S_{\text{créée}} = C \left(n_1 \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} + n_2 \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT'}{T'} \right) = C \left(n_1 \ln \frac{T_f}{T_1} + n_2 \ln \frac{T_f}{T_2} \right)$$

Rendement du moteur instantané :

$$\rho = \frac{-\delta W}{\delta Q_1} = 1 + \frac{\delta Q_2}{\delta Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{car} \quad \frac{\delta Q_1}{T_1} = -\frac{\delta Q_2}{T_2}$$

Rendement du moteur global :

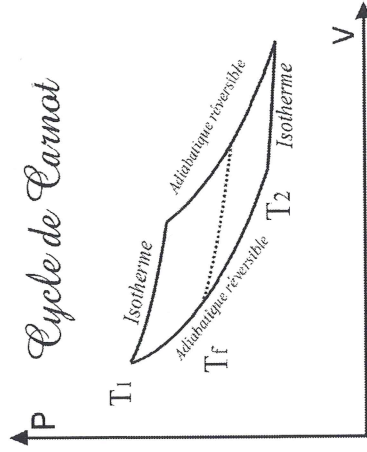
$$\rho = \frac{-W'}{Q_1} = \frac{W'}{-n_1 C (T_f - T_1)}$$

3. Cycle de Carnot

Un cycle ditherme réversible est appelé cycle de Carnot.

Les échanges thermiques avec les sources ont lieu sur des isothermes à la température des sources (pour la réversibilité).
Lorsqu'il n'est pas au contact des sources, le système doit être en évolution adiabatique réversible.

Les températures se rapprochent, l'aire du cycle diminue, le rendement tend vers 0.



Machines thermiques E4 RENDEMENT D'UNE MACHINE THERMIQUE

Une mole de gaz parfait suit le cycle ABCD :

BC et DA sont isochores ; CD et AB adiabatique réversibles.

On donne : $R = 8,31 \text{ J/K} \cdot \text{mol}^{-1}$; $P_A = 1 \text{ bar}$; $\gamma = 1,4$; $T_A = 300 \text{ K}$; $a = 8 = V_A/V_B$; $Q_0 = 25 \text{ kJ}$ la chaleur reçue par le gaz entre B et C.

- 1) Représenter le cycle en coordonnées de Clapeyron.
- 2) Calculer la pression, la température et le volume en chaque point A, B, C, D en fonction de P_A, T_A, a, Q_0, R et γ .
- 3) Calculer le travail reçu par le gaz.
- 4) Calculer le rendement du système.

Corrigé :

2. Pression, température et volume.

Tableau récapitulatif:

	P en bar	T en K	V en L
A	1	300	25
B	18,4	690	3,1
C	50,5	1900	3,1
D	2,75	824	25

En A :

On applique l'équation d'état du gaz parfait

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A}$$

En B :

AB est une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait de γ indépendant de la température : On applique les lois de Laplace.

$$P_B = P_A a^\gamma \quad \text{et} \quad T_B = T_A a^{\gamma-1}$$

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B}$$

En C :

BC est une transformation isochore:

$$V_B = V_C$$

$$\Delta U = W + Q_0 = Q_0 \Rightarrow \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_B) = Q_0$$

$$\Rightarrow T_C = \frac{\gamma-1}{nR} Q_0 + T_A a^{\gamma-1}$$

On applique l'équation d'état du gaz parfait :

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nR}{V_B} \left(\frac{\gamma-1}{nR} Q_0 + T_A a^{\gamma-1} \right) = \frac{\gamma-1}{V_B} Q_0 + \frac{P_A V_A}{V_B} a^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow P_C = \frac{\gamma-1}{V_A} Q_0 a + P_A a^\gamma$$

En D :

DA est une transformation isochore:

$$V_D = V_A$$

CD est une transformation adiabatique réversible, on utilise les relations de Laplace :

$$P_D V_D^\gamma = P_C V_C^\gamma \Leftrightarrow P_D = \frac{P_C}{a^\gamma} \Leftrightarrow P_D = \frac{\gamma-1}{V_A} Q_0 a^{1-\gamma} + P_A$$

$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \Leftrightarrow T_D = \frac{T_C}{a^{\gamma-1}} \Leftrightarrow T_D = \frac{\gamma-1}{nR a^{\gamma-1}} Q_0 + T_A$$

3. Travail reçu par le système.

Sur un cycle :

$$\Delta U = 0 = W + Q_0 + Q_{DA} \quad (\text{adiabatique réversible} : \Delta S = 0)$$

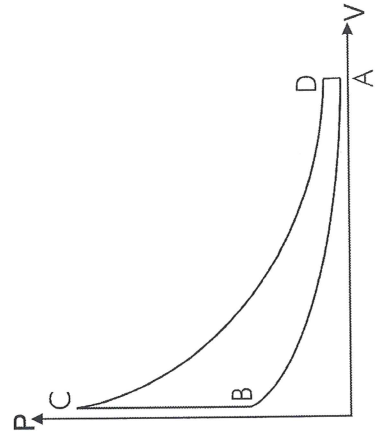
Or sur la transformation DA :

$$\Delta U = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_D) = Q_{DA} \Rightarrow W = -Q_0 - Q_{DA}$$

$$\Leftrightarrow W = -Q_0 \left(1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}} \right)$$

4. Rendement.

$$r = \left| \frac{W}{Q_0} \right| = \left| 1 - a^{1-\gamma} \right| = 0,56$$



Machines thermiques
E5 CYCLE DE BEAU DE ROCHAS

Le cycle du moteur à explosion est composé d'une compression adiabatique réversible AB, d'un chauffage isochore BC, d'une détente adiabatique réversible CD et d'un refroidissement isochore DA. Il y a aussi l'admission à pression atmosphérique P_A de V_A à V_A.

- 1) Représenter le cycle en diagramme (P, V) et justifier l'adjectif d'explosion pour le moteur.
- 2) Exprimer le rendement en fonction du taux de compression $a = V_A/V_B$ et de γ du gaz supposé parfait.

Corrigé :

Le rendement du moteur est défini par $r = -W/Q_{\text{chaud}}$ où W représente le travail échangé par la machine avec l'extérieur et Q_{chaud} le transfert thermique reçu de la source chaude fictive pendant l'évolution BC.

L'application du premier principe au système fermé constitué du gaz ($\Delta U=0$) décrivant l'évolution ABCDA permet d'exprimer le rendement sous la forme :

$$r = \frac{Q_{\text{froid}} + Q_{\text{chaud}}}{Q_{\text{chaud}}} = 1 + \frac{Q_{\text{froid}}}{Q_{\text{chaud}}}$$

Il faut alors exprimer les transferts thermiques.

Sur les évolutions isochores BC et DA, le travail échangé est nul alors :

$$U_C - U_B = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_C - T_B) = Q_{\text{chaud}}$$

$$U_A - U_D = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_A - T_D) = Q_{\text{froid}}$$

Le rendement r s'exprime en fonction des températures :

$$r = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

Comme les évolutions AB et CD sont adiabatiques réversibles, on a :

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \quad \text{avec} \quad V_A = V_D \quad \text{et} \quad V_B = V_C$$

En faisant apparaître le taux de compression :

$$T_B = T_A a^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_C = T_D a^{\gamma-1}$$

En remplaçant ces expressions dans celle de r, on obtient :

$$r = 1 + \frac{T_A - T_C a^{1-\gamma}}{T_C - T_A a^{\gamma-1}} = 1 + \frac{a^{1-\gamma} (T_A a^{\gamma-1} - T_C)}{T_C - T_A a^{\gamma-1}} = 1 - a^{1-\gamma}$$

Machines thermiques
E6 CLIMATISATION D'UN LOCAL

Un local, de capacité thermique à pression constante $\mu = mc = 4 \cdot 10^3 \text{ kJ.K}^{-1}$, est initialement à la température de l'air extérieur $T_1 = 32^\circ\text{C}$. Un climatiseur, qui fonctionne de façon cyclique et diatherme (l'air extérieur et le local), ramène la température du local à $T_2 = 20^\circ\text{C}$ en une heure.

- 1) Représenter sommairement le principe de fonctionnement d'un climatiseur domestique.
- 2) Comment doit fonctionner le moteur pour que la puissance nécessaire au refroidissement soit minimale ?
- 3) Quelle puissance électrique moyenne P a dû recevoir ce climatiseur ? Quels sont les facteurs qui rendent cette valeur inaccessible en pratique ?

Corrigé :

- 2) L'efficacité est maximale lorsque le fonctionnement est réversible.

$$3) \text{ Sur un cycle élémentaire réversible : } \begin{cases} dU = 0 = \delta W + \delta Q_1 + \delta Q_2 \\ dS = 0 = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} \end{cases}$$

$$\text{Or : } \delta Q_2 = -\mu dT_2 \Rightarrow \delta Q_1 = -T_1 \frac{\delta Q_2}{T_2} = T_1 \frac{\mu dT_2}{T_2}$$

On obtient alors pour l'expression du travail élémentaire :

$$\delta W = -\delta Q_2 - \delta Q_1 = \mu dT_2 - \mu T_1 \frac{dT_2}{T_2}$$

$$W = \mu \left[T_2^{\text{final}} - T_2^{\text{init}} - T_1 \ln \frac{T_2^{\text{final}}}{T_2^{\text{init}}} \right] = \mu \left[293 - 305 - 305 \ln \frac{293}{305} \right] = 970 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{970000}{3600} = 269 \text{ W}$$

La puissance est bien positive car elle est absorbée par le climatiseur.

Le local n'est jamais parfaitement isolé, les ventilateurs dissipent de la chaleur, ainsi que le moteur du compresseur, les tuyauteries de fluide ne sont pas non plus tout-à-fait isolées.

Machines thermiques
E1 POMPE À CHALEUR

On considère une pompe à chaleur fonctionnant par cycles réversibles courts et servant à chauffer un volume $V = 1000 \text{ L}$ d'eau dont la température initiale est $T_{1 \text{ init}} = 280 \text{ K}$. La source froide est constitué par l'atmosphère de température $T_2 = 280 \text{ K}$.

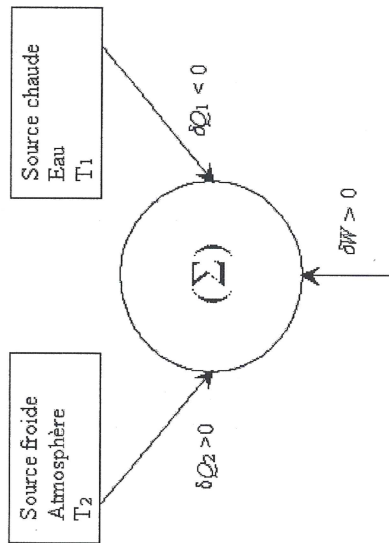
- 1) Quel est le travail reçu par la pompe lorsque $T_{1 \text{ final}} = 320 \text{ K}$?
- 2) Quelle est l'efficacité de cette pompe ?

La capacité calorifique de l'eau est $c = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

Corrigé :

1. Travail reçu.

Soit (Σ) la pompe à chaleur. Le schéma de principe des échanges énergétiques est :



Sur un cycle élémentaire réversible :

$$\begin{cases} dU = 0 = \delta W + \delta Q_1 + \delta Q_2 \\ dS = 0 = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} \end{cases}$$

Or : $\delta Q_1 = -mc dT_1 \Rightarrow \delta Q_2 = -T_2 \frac{\delta Q_1}{T_1} = mc T_2 \frac{dT_1}{T_1}$

On obtient alors pour l'expression du travail élémentaire :

$$\delta W = -\delta Q_1 - \delta Q_2 = mc dT_1 - mc T_2 \frac{dT_1}{T_1}$$

$$W = mc \left[T_{1 \text{ final}} - T_{1 \text{ init}} - T_2 \ln \frac{T_{1 \text{ final}}}{T_{1 \text{ init}}} \right] = 1,1 \cdot 10^7 \text{ J}$$

2. Efficacité.

Par définition l'efficacité est :

$$e = -\frac{Q_1}{W} = \frac{T_{1 \text{ final}} - T_{1 \text{ init}}}{T_{1 \text{ final}} - T_{1 \text{ init}} - T_2 \ln \frac{T_{1 \text{ final}}}{T_{1 \text{ init}}}} = 15,3$$

CONCOUES ATS physique 2009 / corrigés trouvables sur internet.

Note au candidat

- La calculatrice programmable ou non est interdite. Les applications numériques demandées peuvent être traitées à la main.
- Les vecteurs sont notés en caractères gras dans le texte.
- Le sujet est divisé en 3 problèmes indépendants.
- Il est vivement conseillé au candidat de lire préalablement l'intégralité du sujet.
- Il sera tenu compte de la clarté, de la précision ainsi que de la concision de la rédaction.

PREMIER PROBLEME

ETUDE DE MACHINES THERMIQUES

1 Etude préliminaire

On considère un système décrivant un cycle thermodynamique durant lequel il est susceptible d'échanger de la chaleur avec une ou deux sources thermiques ainsi qu'un travail avec le milieu extérieur.

- On note :
- U et S respectivement l'énergie interne et l'entropie du système,
 - S_c l'entropie créée par le système durant le cycle complet,
 - W le travail reçu algébriquement par le système durant le cycle complet.

1.1 Quelles sont les valeurs particulières des variations d'énergie interne ΔU et d'entropie ΔS du système lorsque celui-ci décrit un cycle complet ?

On commence par traiter le cas particulier d'une machine monotherme échangeant de la chaleur avec une source à la température T_1 . On note Q_1 la chaleur reçue algébriquement par le système en provenance de la source.

1.2 En utilisant les deux premiers principes de la thermodynamique, montrer que dans ce cas le système peut uniquement recevoir du travail et fournir de la chaleur. Quel est l'intérêt d'une telle machine ?

1.3 Quelles sont les valeurs de S_c , W et Q_1 lorsque l'évolution thermodynamique du système est réversible ?

On s'intéresse maintenant au cas d'une machine diatherme. On note Q_1 et Q_2 les chaleurs reçues algébriquement par le système durant le cycle complet en provenance respectivement des sources thermiques de température T_1 et T_2 . On supposera $T_1 < T_2$.

1.4 Montrer que Q_2 peut s'exprimer de deux façons différentes en fonction de Q_1 :

$$Q_2 = \alpha_1 Q_1 - W$$

$$Q_2 = \alpha_2 Q_1 + \alpha_3 S_c$$

où α_1 est une constante, α_2 et α_3 deux expressions faisant intervenir T_1 et T_2 .

On se place par la suite dans le cas particulier où $\alpha_2 = -2$, $\alpha_3 S_c = -1$ Joule et $W = -0,5$ Joule.

- 1.5 Quel est le type de machine thermique considéré ?
- 1.6 Déterminer les valeurs numériques respectives de Q_1 et Q_2 . Interpréter les signes de Q_1 et Q_2 .
- 1.7 Définir et calculer numériquement le rendement η de ce type de machine.
- 1.8 Déterminer l'expression de η en fonction de T_1 , T_2 , Q_2 et S_c . Interpréter l'expression de η lorsque l'évolution du système est réversible.

2 Moteur à explosion

Le moteur à explosion fonctionne sur le principe du cycle illustré par le diagramme de Clapeyron (P, V) de la figure 1. Ce cycle peut se décomposer en quatre transformations thermodynamiques consécutives subies par un mélange air-carburant initialement admis dans une chambre de combustion via une soupape d'admission :

- une compression isentropique (adiabatique réversible) du mélange (portion 1→2),
- une explosion du mélange à volume constant (portion 2→3),
- une détente isentropique du mélange (portion 3→4),
- une chute de pression du mélange à volume constant due à l'ouverture d'une soupape d'échappement (portion 4→1).

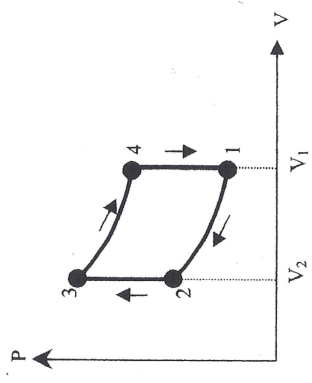


Figure 1

On note :

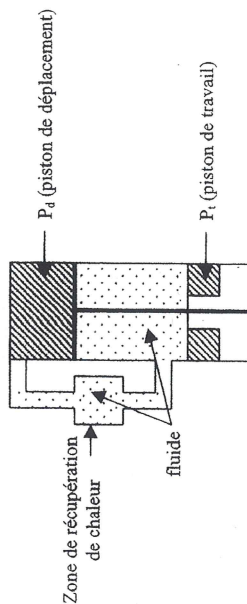
- P_b , V_b et T_b respectivement la pression, le volume et la température du mélange aux points 1 variant de 1 à 4 de la figure 1 (en remarquant que $V_3 = V_2$ et $V_4 = V_1$),
- Q_{23} , la chaleur algébrique reçue par le mélange lors de l'explosion (2→3),
- Q_{41} , la chaleur algébrique reçue par le mélange lors de la chute de pression (4→1),
- W, le travail algébrique reçu par le mélange lors du cycle complet,
- C_v et C_p , respectivement les capacités calorifiques molaires isochore et isobare du mélange,
- η_m , le rendement du moteur,
- $\gamma = C_p/C_v$.

On considérera le mélange air-carburant comme un système thermodynamique fermé assimilable à une mole de gaz parfait.

- 2.1 Déterminer les expressions de ΔU_{23} et ΔU_{41} , variations de l'énergie interne du mélange sur les portions respectives 2→3 et 4→1 du cycle.
- 2.2 En déduire les expressions de Q_{23} et Q_{41} . Déterminer et interpréter les signes de Q_{23} et Q_{41} .
- 2.3 Exprimer η_m en fonction de T_1 , T_2 , T_3 et T_4 .
- 2.4 Déterminer les expressions des rapports T_2/T_1 et T_3/T_4 en fonction de $K = V_1/V_2$ et γ .
- 2.5 En déduire l'expression de η_m en fonction de K et γ .
- 2.6 Application numérique : $\gamma = 1,5$ et $K = 9$. Calculer la valeur numérique de η_m .

3 Moteur de Stirling

On considère un fluide enfermé dans une enceinte close comportant deux pistons, un piston de déplacement P_d et un piston de travail P_t . Cette enceinte est constituée d'un cylindre creux ainsi que d'une zone de récupération de chaleur (cf. figure ci-dessous).



Le moteur de Stirling repose sur le cycle comportant les 4 étapes représentées sur les figures 2a à 2d décrites ci-dessous :

- Compression isotherme (figure 2a) : le fluide est comprimé de façon isotherme par le piston P_t à la température T_1 . On note V_1 le volume initial du fluide et V_2 son volume final.
- Chauffage à volume constant (figure 2b) : le piston P_d descend et impose au fluide de traverser la zone de récupération de chaleur qui chauffe le fluide à volume constant. On note Q_2 la chaleur algébrique reçue par le fluide lors de cette étape.
- Détente isotherme (figure 2c) : les deux pistons descendent ensemble ce qui permet au fluide de se détendre de façon isotherme à la température T_2 jusqu'au volume V_3 .
On note respectivement W_3 et Q_3 le travail et la chaleur algébrique reçue par le fluide durant cette étape.
- Refroidissement à volume constant (figure 2d) : le piston P_d remonte seul et le fluide traverse de nouveau la zone de récupération en lui cédant de la chaleur. On note Q_4 la chaleur algébrique reçue par le fluide lors de cette étape.

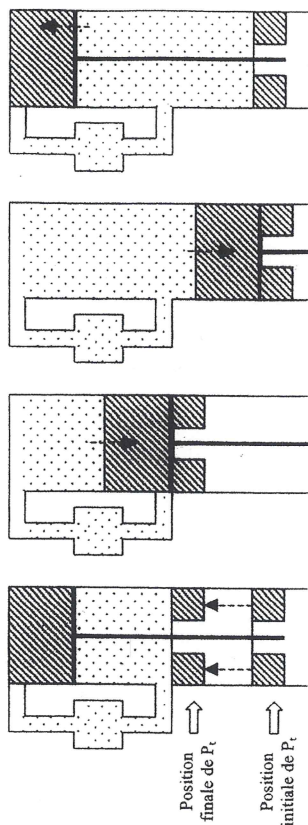


Figure 2a

Figure 2b

Figure 2c

Figure 2d

On assimilera le fluide à un gaz parfait. On note R la constante des gaz parfait et n le nombre de moles du fluide.

On supposera que la chaleur récupérée par la zone de récupération lors de l'étape de refroidissement du fluide est égale à celle fournie au fluide lors de l'étape de chauffage.

- 3.1 En déduire la relation entre Q_2 et Q_4 .
- 3.2 Déterminer l'expression de W_3 en fonction des données du problème. Déterminer et interpréter le signe de W_3 .
- 3.3 Déterminer l'expression de Q_3 .
- 3.4 Déterminer l'expression algébrique de W , travail reçu par le système lors d'un cycle complet.
- 3.5 En déduire le rendement η_m de ce moteur. Commenter ce résultat.