

Programme de colle pour la semaine 26 13/05 au 18/05

Matrices

- Propriété du produit matriciel, linéarité de $\phi_A : X \mapsto AX$, image par ϕ_A des vecteurs de la base canonique, $\text{Im}(\phi_A) = \text{Vect}(C_1, \dots, C_p)$. Matrice de ϕ_A . Le lien avec l'AL associé a été vu sur des exemples.
- L'algèbre des matrices carrées. Application du produit matriciel au dénombrement de chemin dans un graphe (non exigible).
- Le groupe $GL_n(K)$, inversible \iff inversible à droite \iff inversible à gauche, l'inverse d'une matrice 2×2 a été vu en première période.
- Déf. matrice de passage, propriétés :
 1. inversibilité, calcul de l'inverse fait sur un exemple à l'aide d'un système.
 2. formule $X_{\mathcal{B}'} = P_{\mathcal{B}', \mathcal{B}} X_{\mathcal{B}}$.
 3. calcul de $P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} P_{\mathcal{B}', \mathcal{B}''}$.
 4. Théorème de changement de base pour une AL,
 5. Théorème de changement de base pour un endomorphisme.
- Algèbre des matrices diagonales, produits, cns inversibilité.
- Déf. matrices triangulaires et algèbre des matrices triangulaires supérieures (seul le produit est fait en détail).
- Déf du rang d'une matrice, lien avec le rang de l'AL associée.
- Rang d'une matrice par équivalence avec J_r . $rg(A) = rg({}^t A)$, $rg(A) = rg(C_1, \dots, C_p) = rg(L_1, \dots, L_n)$. récapitulatif des propriétés du rang, caractérisation d'une matrice inversible par le rang.
- Matrices transposées :
 1. linéarité de la transposition, effet sur les lignes et les colonnes.
 2. double transposition.
 3. transposée d'un produit, d'un inverse.
 4. Matrice symétrique et antisymétrique : structure vectoriel, ev supplémentaire, dimension, base.
 5. $rg(A) = rg({}^t A)$, $rg(A) = rg(C_1, \dots, C_p) = rg(L_1, \dots, L_n)$
- Déf, matrice échelonnée, et rang d'une matrice échelonnée.

Exercices : Fractions rationnelles. changement de base, calcul d'inverse en petites dimensions

Prochain chapitre : Les matrices, les déterminants.