
 N.B. : Les QUATRE Exercices sont obligatoires.

Exercice – 1 (5 points)

Soit le polynôme P à variable complexe z défini par : $P(z) = z^3 - 7z^2 + (19 + 5i)z - 18 - 30i$.

1. a) Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure αi où α est un réel que l'on déterminera.
 b) Mettre $P(z)$ sous la forme $P(z) = (z - \alpha i)(z^2 + az + b)$ où a et b sont des nombres complexes que l'on déterminera.
 c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.
2. Dans le plan complexe (**P**) muni d'un repère orthonormé direct ($O ; \vec{u}, \vec{v}$), on considère les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 4 + i$, $z_B = 3 - 3i$ et $z_C = 2i$.
 a) Placer les points A, B, C.
 b) On pose $Z = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. Donner la forme trigonométrique de Z.
 c) En déduire la nature du triangle ABC.
3. On considère la transformation S du plan (**P**) dans (**P**), qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ telle que :
$$\begin{cases} x' = x - y + 2 \\ y' = x + y \end{cases}$$

 a) Donner l'expression complexe de S.
 b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de S.
 c) Soit le cercle (**C**) de centre I (1 ; -1) et de rayon $r = \sqrt{2}$.
 Déterminer la nature et les éléments géométriques du transformé (**C'**) de (**C**) par la transformation S.

Exercice – 2 (5 points)

N.B. : On exprimera les résultats sous forme décimale à 10^{-2} près.

Le tableau suivant indique les variations des dépenses mensuelles y_i de la famille Rakoto lors des 7 premiers mois de l'année 2000. (x_i désigne le rang du mois et y_i est exprimé en milliers de francs malagasy).

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet
x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	375	387	385	393	400	410	415

On donne : $\sum_{i=1}^7 x_i = 28$; $\sum_{i=1}^7 y_i = 2.765$; $\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 140$; $\sum_{i=1}^7 y_i^2 = 1.093.393$; $\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 11.241$

1. a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.
 - Sur l'axe des abscisses, choisir 1 cm pour unité graphique.
 - Sur l'axe des ordonnées, placer 370 à l'origine puis choisir 1 cm pour représenter 10.000-francs.
- b) Calculer les coordonnées du point moyen G.
2. a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r.
 b) Interpréter ce résultat.
3. Par la méthode des moindres carrés, donner l'équation de la droite de régression (**D**) de y en x. Tracer cette droite.
4. En utilisant la droite (**D**), donner une estimation des dépenses de la famille Rakoto pour le mois d'Octobre 2000.

Exercice – 3**(5 points)**

Une urne contient 12 jetons indiscernables au toucher dont 6 jaunes, 3 verts et 3 rouges.

1. On tire au hasard et simultanément 3 jetons de l'urne.
Soit X la variable aléatoire définie de la façon suivante :
 - X prend la valeur 1 si les 3 jetons tirés sont de la même couleur.
 - X prend la valeur -2 si 2 et 2 seulement des 3 jetons tirés sont de la même couleur.
 - X prend la valeur 0 si les 3 jetons tirés sont de 3 couleurs différentes.
 - a) Déterminer la loi de probabilité X .
 - b) Définir la fonction de répartition F de X et la représenter graphiquement dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})
Unités : $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$; $\|\vec{j}\| = 11\text{cm}$.
2. On répète 5 fois de suite et de façon indépendante l'épreuve qui consiste à tirer au hasard et simultanément 3 jetons. A chaque épreuve, on marque 1 point si l'événement $(X = 1)$ est réalisé sinon on marque 0 point.
Soit Y la variable aléatoire égale au total des points marqués à l'issue des 5 épreuves.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de Y .
 - b) Calculer l'espérance mathématique $E(Y)$ et la variance $V(Y)$ de la variable aléatoire Y .
3. On enlève un jeton vert du contenu initial de l'urne. On tire au hasard et simultanément 2 jetons que l'on ne remet plus dans l'urne puis on tire de nouveau au hasard et simultanément 2 jetons.
Calculer la probabilité d'obtenir 2 jetons verts au deuxième tirage.

Exercice – 4**(5 points)**

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2 - x)e^x - 2x - 2$.

On note par **(C)** la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

1. Soit g la fonction définie par $g(x) = (1 - x)e^x - 2$.
 - a) Etudier les variations de g (on ne demande pas la courbe représentative de g).
 - b) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2.
 - a) Etudier les variations de f en utilisant 1.b).
 - b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -2x - 2$ est asymptote à **(C)**.
 - c) Etudier suivant les valeurs de x , la position relative de **(C)** par rapport à (D) .
 - d) Déduire de 1.a) que l'origine O est un point d'inflexion pour **(C)** et donner l'équation de la tangente (T) à **(C)** au point O .
 - e) Construire (T) , (D) et **(C)**.
3. Soit **A** l'aire du domaine plan limité par la courbe **(C)**, la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.
A l'aide d'une intégration par parties, calculer en cm^2 l'aire **A**.