**SESSION 2003 – MATHEMATIQUES - Série A**

## Exercice 1 (5 points)

Dans une classe de douze élèves, la répartition suivant l'âge et le sexe est donnée par le tableau suivant :

| Sexe / Age | Filles | Garçons |
|---|---|---|
| 18 ans | 4 | 3 |
| 19 ans | 2 | 2 |
| 20 ans | 1 | 0 |

On choisit au hasard et simultanément trois élèves de la classe.

1. Déterminer le nombre de choix possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A. « les élèves choisis sont des filles ».
   B. « les élèves choisis ont plus de 18 ans ».
   C. « les trois élèves choisis ne sont pas de même sexe ».
   D. « au moins un élève choisi a exactement 19 ans ».

## Exercice 2 (5 points)

On considère la suite $(u_n)$ définie par : $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2}$.

On pose $v_n = u_n - 2$.

1. Calculer $u_2$, $u_3$ et $v_1$.
2. Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ .
3. Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n.
4. On pose $w_n = \ln v_n$ où ln est le logarithme népérien.
   a) Montrer que $(w_n)$ est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer $S_n = w_1 + w_2 + \ldots + w_n$ en fonction de n.

## Problème (10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 1 - 2x + e^x$. On note (**C**) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 1 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f.
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   c) En remarquant que pour tout x > 0, $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2 + \frac{e^x}{x}\right)$, calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. (On donne $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
2. a) Calculer f '(x).
   b) En déduire le tableau de variation de f.
3. a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection de la courbe (**C**) avec l'axe des ordonnées.
   b) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (**C**) au point A.
4. a) Calculer $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (-2x + 1)]$ . Que peut-on en conclure ?
   b) Etudier la branche infinie de (**C**) lorsque x tend vers + ∞. On admet que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}$ .
5. Tracer (**C**).

   <u>Pour $A_2$ seulement</u>
6. a) Donner une primitive de f sur IR.
   b) En déduire l'aire géométrique en $cm^2$, du domaine plan limité par la courbe (**C**), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x=0 et x=ln 2.

On donne : $\ln 2 \approx 0,7$.