

SESSION 2000- Mathématiques – SERIE A**Exercice 1 4 points**

- N.B.** : – Les questions 1., 2. et 3. sont indépendantes.
 – On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher dont 4 blanches et 4 noires.

- On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.
 - Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - Quelle est la probabilité d'obtenir 3 boules blanches ?
 - Quelle est la probabilité d'obtenir 1 boule blanche et 2 boules noires ?
- On effectue 3 tirages successifs d'une boule, en remettant dans l'urne, avant chaque tirage, la boule précédemment tirée.
 - Quel est le nombre de tirages possibles ?
 - Quelle est la probabilité de sortir ainsi 3 boules noires ?
 - Quelle est la probabilité de sortir ainsi 1 blanche puis 2 noires ?
- On tire toutes les boules une à une sans remise.
 - Quel est le nombre de tirages possibles ?
 - Quelle est la probabilité pour que les couleurs de toutes les boules tirées soient alternées ?

Exercice 2 4 points

Le tableau suivant montre le chiffre d'affaires, exprimé en millions de francs malagasy, d'une entreprise au cours des six dernières années.

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires : y_i	120	132	147	164	181	201

- Calculer la moyenne de la série (y_i) .
- Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$. (Sur l'axe des abscisses, 2 cm représente une année ; sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 20 millions).
- Soit G_1 le point moyen du sous-nuage obtenu par x_1, x_2 et x_3 ; G_2 le point moyen du sous-nuage obtenu par x_4, x_5 et x_6 .
 - Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2 .
 - Tracer la droite (G_1G_2) . Que représente cette droite ?
 - Donner l'équation de la droite (G_1G_2) .
 - En déduire une prévision du chiffre d'affaires de cette entreprise en 2002.

Problème 12 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] -4 ; 2 [$ par :

$$f(x) = \ln(x+4) - \ln(2-x).$$

On note par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, d'unité 2 cm.

- Calculer les limites de f en -4 et en 2 . Interpréter graphiquement ces résultats.
- Montrer que, pour tout $x \in] -4 ; 2 [$, la fonction dérivée de f est :

$$f'(x) = \frac{6}{(2-x)(x+4)}.$$

- Dresser le tableau de variation de f .
- Déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
 - Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) au point $I(-1 ; 0)$.
 - Montrer que le point $I(-1 ; 0)$ est un centre de symétrie pour (C) .
- Tracer (T) et (C) dans un même repère.
- Soit F la fonction définie sur l'intervalle $] -4 ; 2 [$ par :

$$F(x) = (x+4) \ln(x+4) - (x-2) \ln(2-x).$$
 - Calculer la fonction dérivée F' de F .

- b. En déduire la valeur exacte en cm^2 de l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

6. Soit g la fonction définie sur $] -4 ; 2 [$ par : $g(x) = \ln \left(\frac{2-x}{x+4} \right)$.

- a. Montrer que, pour tout $x \in] -4 ; 2 [$: $g(x) = -f(x)$.
b. Tracer dans le même repère que (C) la courbe représentative (Γ) de g .