

EXERCICE I (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par son premier terme $U_0 = 2$ et la relation de récurrence :

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - \frac{5}{6} \text{ pour tout entier naturel } n.$$

- 1 - Calculer U_1 et U_2 .
- 2 - Soit une deuxième suite (V_n) définie par : $V_n = 3U_n + 5$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 - a - Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme V_0 .
 - b - Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n .
 - c - Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- 3 -
 - a - Calculer $V_{n+1} - V_n$ en fonction de n .
 - b - En déduire que la suite (V_n) est décroissante.

EXERCICE II (4 points)

Le tableau suivant donne la répartition des 80 employés d'une entreprise en fonction de leur salaire mensuel (en milliers de francs malgaches FMG). Soit n un entier naturel non nul.

Salaire	[50 ; 150[[150 ; 250[[250 ; 350[[350 ; 450[[450 ; 550[[550 ; 650[
Effectifs (n_i)	n	26	20	4	4	2

Dans les calculs qui suivent, on utilisera les centres x_i des classes, où $1 \leq i \leq 6$.

- 1 - Déterminer l'effectif n des employés ayant un salaire mensuel inférieur à 150.000-FMG. On prendra $n = 24$ dans tout ce qui suit.
- 2 - Dans un repère orthogonal du plan, représenter le nuage de points M_i de coordonnées (x_i, n_i) , $1 \leq i \leq 6$.
On prendra comme unités : 1cm sur l'axe des abscisses pour 100.000FMG.
1cm sur l'axe des ordonnées pour 5 employés.
- 3 -
 - a. Calculer les fréquences relatives de ces six classes.
 - b. Calculer la moyenne des salaires, exprimée en francs, dans cette entreprise.

PROBLEME (12 points)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = -x + 1 - e^{-x}.$$

On note (C) la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

- 1 -
 - a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
 - b. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à la courbe (C) .
- 2 -
 - a. Montrer que pour tout réel $x \geq 0$, $f'(x) = -1 + e^{-x}$, où f' désigne la fonction dérivée de f .
 - b. En déduire le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$.
- 3 -
 - a. Compléter le tableau des valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

- b. Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
 - c. Représenter graphiquement les droites (D) , (T) et la courbe (C) dans P .
- 4 - Pour tout $x \geq 0$, on pose $F(x) = -\frac{x^2}{2} + x + e^{-x}$.
 - a. Montrer que F est une primitive de f .
 - b. En déduire, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses $x'ox$ et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

On donne : $e^{-1} = 0,36$; $e^{-2} = 0,13$; $e^{-3} = 0,05$.