Exemple :

f(x)= -x+ 2+ [x-1]/[x²- 2]

On cherche l’asymptote oblique :

f(x)= ax+ b+ g(x)

lim g(x)= 0

x-> -inf

ou

lim g(x)= 0

x-> +inf

f(x)= ax+ b+ g(x)

f(x)= -x+ 2+ [x-1]/[x²- 2]

ax+ b= -x+ 2

g(x)= [x-1]/[x²-2]

lim [x-1]/[x²- 2] = [-inf- 1]/[(-inf)²-2]= -inf/+inf F.I.

x-> -inf

lim [x(1-(1/x))]/[x²(1-(2/x²))]= [1- (1/x)]/[x(1-(2/x²))]

x-> -inf

=[1- (1/-inf)]/[-inf (1- (2/-inf²)]= 1/-inf= 0

lim g(x)= 0

x-> -inf

Donc, y= -x +2 est une asymptote oblique ou voisinage de –inf.

Méthode générale de calcul de l’asymptote oblique :

1ère étape :

lim f(x)= + ou -inf

x -> + ou –inf

2ème étape :

lim (f(x)/x)= a ; a appartient aux réels sauf 0.

x -> + ou –inf

3ème étape :

lim (f(x)- ax)= b ; b appartient aux réels.

x -> + ou –inf

Donc : y= ax+ b est une asymptote oblique.

Exemple :

f(x)= [2x^3+ x²+ 7x+ 7]/[x²+ 3]

1ère étape :

lim f(x)= [2(+inf)²+ (+inf)²+ 7\* (+inf)+ 7]/[+inf +3]

x -> +inf

= [+inf +inf +inf]/+inf = +inf/ +inf

lim [x^3(2+(x²/x^3)+(7x/x^3)+(7/x^3)]/[1+(3/x^3)]

x-> +inf

= [x(2+ (1/x)+ (7/x²)+ (7/x²)]/[1+(3/x²)]

= [x(2)]/1= +inf/1= +inf

2ème étape :

lim (f(x)/x)

x-> +inf

= [2x^3+ x²+ 7x+ 7]/[x(x²+3)]= [2x^3+ x²+ 7x+ 7]/[x^3+ 3x]

= [2x^3]/[x^3]= [2\* +inf]/+inf F.I.

lim [2x^3]/x²= 2

x -> +inf a= 2.

3ème étape :

lim [2x^3+ x²+ 7x+ 7]/[x²+3]-2x

x -> +inf

= [2x^3+ x²+ 7x+ 7]/[x²+ 3]- [2x(x²+3)]/[x²+ 3]

f(x)= [2x^3+ 6x]/[x²+ 3]

= [2x^3+ x²+ 7x+ 7- 2x^3- 6x]/[x²+ 3]

= [x²+ x+ 7]/[x²+ 3]

lim [x² (1+(x/x²)+ (7/x²)]/[x² (1+(3/x²))]

x-> +inf

= [x²(1+ (1/x)+ (7/x²))]/[x²(1+(3/x²))]= 1 b appartient à R.

Donc y=2x+ 1 est une asymptote oblique.

Exercice :

f(x)= [x²+ 4x- 2]/[x- 1]

Trouver l’asymptote oblique au voisinage de +inf.

1ère étape :

lim [+inf²+ 4\*+inf- 2]/[+inf- 1]

x-> +inf

= +inf/+inf F.I.

=[x²]/x = +inf

2ème étape :

lim (f(x)/x) = ([x²+ 4x- 2]/[x-1]\*1/x)

x-> +inf

= [x²+ 4x- 2]/[x²- x]

= [+inf²+ 4\*+inf- 2]/[+inf²- (+inf)]= +inf/+inf-inf F.I.

lim = x²/x² = 1 a=1

x-> +inf

3ème étape :

lim (f(x)-ax)

x-> +inf

= ([x²+ 4x- 2]/[x-1])- x

= [x²+ 4x- 2- x²+ x]/[x-1]

= [5x- 2]/[x- 1]

= [5\*+inf- 2]/[+inf- 1]= +inf/+inf F.I.

= 5x/x = 5 ; b=5

Exercice :

lim [2x²+ 4x- 6]/[3x²- 3]

x-> 1

>

=[(x-1)\*A(x)]/[(x-1)\*B(x)] a= 2; b= 4; c= -6

2x²+ 4x- 6

∆=(4)²- 4\*(-6)\*2

∆=16+ 48= 64

x(1)= [-4+racine(64)]/[-4 +8]/4= 1

x(2)= (-4-8)/4= -3

2x²+ 4x- 6= 2\*(x-1)\*(x+ 3)

Lim